

文章编号: 1005-9865(2001)03-0020-05

海洋导管架平台优化中灵敏度分析的解析方法

王立成, 宋玉普, 康海贵

(大连理工大学 海岸和近海工程国家重点实验室, 辽宁 大连 116023)

摘 要: 基于杆件有限单元法和海洋导管架平台的结构特点, 提出了一种导管架平台灵敏度分析的简化解析方法, 给出了灵敏度分析的解析公式。指出可以在结构有限元分析的同时采用此解析方法进行灵敏度分析, 相对有限差分法和半解析方法能够在很大程度上提高计算精度, 减少结构重分析的次数。利用编制的灵敏度分析计算程序, 对渤海 BZ28-1 油田储油平台进行了灵敏度验算, 证明了该方法的有效性和可行性。

关键词: 导管架平台; 结构优化设计; 灵敏度分析; 解析方法

中图分类号: P751 **文献标识码:** A

Analytical method of sensitivity analysis in ocean jacket platform optimization

WANG Li-cheng, SONG Yu-pu, KANG Hai-gui

(State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

Abstract: Based on the characteristics of beam's finite element analysis and ocean jacket platform structures, a simplified analytical method of sensitivity analysis is presented in this paper. It is also pointed out that sensitivity analysis can be done at the same time of structure's finite element analysis. The computational precision can be improved and the times of repeated analyses can be decreased greatly, compared with the finite difference methods and semi-analytical methods. With the sensitivity analysis program made by the author, sensitivity analysis is carried out for Bohai BZ28-1 storage platform and the result shows its efficiency and feasibility.

Key words: jacket platform; structure optimization design; sensitivity analysis; analytical method

结构优化设计中经常需要计算目标函数以及约束函数对设计变量的导数, 即进行灵敏度分析。对于海洋平台这种较为复杂的结构型式, 目标函数和约束条件中往往包含结构性态响应, 如结构的节点位移、构件的应力、自振频率、强迫振动的振幅等, 这些性态响应与设计变量之间的函数关系往往是高度非线性的, 而且多数情况下很难用显式表达, 一般都需要通过结构分析才能确定。结构灵敏度反映的是结构性态响应对设计变量变化的敏感程度, 因此可以通过灵敏度分析确定结构优化过程中设计变量改变后性态响应的值, 从而可以避免反复进行结构重分析, 而且能得到合理的结果。结构优化的效率和精度, 在很大程度上依赖于灵敏度分析的效率和精度。因此, 结构性态响应的灵敏度分析在结构优化中的作用是显而易见的。

在结构分析中, 目前采用最多的是有限单元法, 基于此方法的灵敏度分析, 一般可分为差分法、半解析法和解析法三类^[1,2]。一般来说, 评价一种灵敏度分析方法的原则有三条: 1) 方法要容易实现; 2) 计算效率要高; 3) 计算精度满足要求。前两种方法要反复进行结构分析计算, 对于设计变量较多的复杂结构, 要花费较多的计算时间。另外, 由于采用差分格式, 即使是采用结构分析时最好的近似分析方法, 在灵敏度分析时也会造成较大的误差, 精度很难保证^[3]。由此可见, 采用解析法进行灵敏度计算是最理想的方法。然而目前结构设计中采用的有限元分析软件(如 ALGOR FEAS, ADINA 等)本身并不带有灵敏度计算的功能, 因此将灵

收稿日期: 2000-08-02

基金项目: 国家自然科学基金重大项目资助课题(59895410)

作者简介: 王立成(1975-), 男, 山东安丘人, 博士生, 主要从事结构优化设计研究。

敏度分析模块嵌套到有限元分析软件中,在进行结构分析的同时采用解析方法进行灵敏度计算,这样就为复杂结构的优化设计打下了基础。

1 结构性态响应的显式表达方法

对于复杂结构,结构性态响应常常是设计变量 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 的非线性隐函数,因此需要将其显式化才能在结构优化中应用。本文采取在初始点 X_0 处按一阶泰勒(Taylor)级数展开的方法,将隐函数近似显式化。下面以节点位移为例推导其显式表达式。

一般情况下采取一阶泰勒级数展开,即线性化展开即能满足精度的要求,又可以便于在随后的优化中采用线性规划方法。其展开式为:

$$U_i(X_1) \approx U_i(X_0) + \frac{\partial U_i(X_0)}{\partial X}(X_1 - X_0) \quad (1)$$

式中: $U_i(X_0)$, $U_i(X_1)$ 为 i 节点的初始位移向量和设计变量改变后的位移向量;

$\frac{\partial U_i(X_0)}{\partial X}$ 为 i 节点位移对设计变量的灵敏度向量。

2 灵敏度分析的简化解析方法

本文仅针对海洋导管架平台这种类型的空间框架结构推导其位移和内力灵敏度分析公式。对于其它类型的结构型式可参看有关文献^[4,5]。

2.1 位移灵敏度分析方程的建立

2.1.1 直接法^[6]

框架结构有限单元法静力分析的基本方程为

$$KU = P \quad (2)$$

式中: K 为结构整体刚度矩阵; U 为结点位移列向量; P 为结点荷载列向量。它们一般都是设计变量 X 的函数。不过在导管架平台的优化分析过程中,常常将结点力向量看作是保持不变的,这样的假定能够满足工程设计精度的要求。将式(2)两边对设计变量 X 求导,由于 P 被认为是常量,则可得到:

$$K \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial K}{\partial X} U = 0 \quad (3)$$

整理得:

$$K \frac{\partial U}{\partial X} = - \frac{\partial K}{\partial X} U \quad (4)$$

令

$$P_{eq} = - \frac{\partial K}{\partial X} U \quad (5)$$

P_{eq} 称作等效结点荷载向量。则(4)变为:

$$K \frac{\partial U}{\partial X} = P_{eq} \quad (6)$$

式(6)与有限单元法的基本方程(2)具有相同的形式,只是由等效结点荷载向量 P_{eq} 代替原有限单元法方程中的结点荷载列向量 P ,因此可以使用解有限单元法方程(2)相同的方法求解位移灵敏度方程(6),并且可以在结构分析的同时进行灵敏度分析,节省大量的计算时间。

2.1.2 “伴随-变量”(adjoint-variable)法^[7]

要求解结点位移分量 u_j 对设计变量 X 的灵敏度,还可通过下面的公式计算:

$$\frac{\partial u_j}{\partial X} = I_j^T \frac{\partial U}{\partial X} \quad (7)$$

式中 I_j 为只有第 j 个元素取单位值,而其它元素为 0 的向量;上标 T 表示向量或矩阵的转置。对式(4)左乘 $I_j^T K^{-1}$ 并代入(7)式后得到:

$$\frac{\partial u_j}{\partial X} = I_j^T K^{-1} \left(- \frac{\partial K}{\partial X} U \right) \quad (8)$$

令

$$K \xi_j = I_j \quad (9)$$

式中 ξ_i 被称作“伴随-变量”(adjoint-variable)向量,可以通过解矩阵方程(9)求得。

将式(9)代入式(8)中, K 是对称矩阵,经过整理后得:

$$\frac{\partial u_i}{\partial X} = \xi_i^T \left(-\frac{\partial K}{\partial X} U \right) \quad (10)$$

采用此方法求位移灵敏度时,只需求解矩阵方程(9),解得 ξ_i 并将其代入式(10)中即可。而方程(9)与方程(2)具有相同的系数矩阵,因此同直接法一样,也可以在结构分析的同时求解此方程。

2.2 等效结点荷载列向量的计算

有限单元法分析的结构总体刚度矩阵是由单元刚度矩阵叠加而形成的,即 $K = \sum K_e^e$, 上标 e 表示单元。因此,结构总体刚度矩阵对设计变量的导数可以通过先求单元刚度矩阵对设计变量的导数,然后按照同样的方法叠加而形成。针对导管架平台这种类型的杆系结构来说,其整体坐标系下的单元刚度矩阵可表示为:

$$[K]^e = [T]^T [K_m]^e [T] \quad (11)$$

对一空间杆件单元来说,每个端点有六个位移分量(三个线位移,三个角位移),杆端力也相应地有六个分量即三个力与三个力矩。因此空间杆件单元在局部坐标系下的单元刚度矩阵 $[K_m]^e$ 是一个 12×12 的对称矩阵^[8]。如果设计变量只是杆件的截面尺寸,例如圆管截面的外径 D 和壁厚 t ,那么只需求出杆件截面面积 A 与惯性矩 I 对设计变量的导数;如果设计变量还包括形状参数,如杆长,杆的方向等,则还需求出坐标转换矩阵对设计变量的导数。因此,单元刚度矩阵对设计变量的导数很容易采用解析法求得。一般情况下,单元刚度矩阵对设计变量的导数可由下式确定:

$$\frac{\partial [K]^e}{\partial X} = \frac{\partial [T]^T}{\partial X} [K_m]^e [T] + [T]^T \frac{\partial [K_m]^e}{\partial X} [T] + [T]^T [K_m]^e \frac{\partial [T]}{\partial X} \quad (12)$$

对于设计变量只是杆件截面尺寸的情况,(12)式即可变为:

$$\frac{\partial [K]^e}{\partial X} = [T]^T \frac{\partial [K_m]^e}{\partial X} [T] \quad (13)$$

按式(12)或式(13)计算出来的单刚对设计变量的导数,对整个结构系统进行集成,然后就可以利用(5)式计算等效结点荷载。

2.3 杆件单元内力灵敏度分析

通过有限元分析以及上述的位移灵敏度计算,针对海洋导管架平台这类杆系结构,就可以进行单元内力的灵敏度分析。在单元结点位移已知的条件下,杆件单元内力计算公式为:

$$[F]^e = [T]^T [K_m]^e [T] [U]^e \quad (14)$$

式中: $[F]^e$ 为单元整体坐标下的杆端力向量。利用上面介绍的方法,内力对设计变量的导数为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial [F]^e}{\partial X} &= \frac{\partial [T]^T}{\partial X} [K_m]^e [T] [U]^e + [T]^T \frac{\partial [K_m]^e}{\partial X} [T] [U]^e + \\ &[T]^T [K_m]^e \frac{\partial [T]}{\partial X} [U]^e + [T]^T [K_m]^e [T] \frac{\partial [U]^e}{\partial X} \end{aligned} \quad (15)$$

同样对于只有截面设计变量的情况,上式可简化为:

$$\frac{\partial [F_m]^e}{\partial X} = [T]^T \frac{\partial [K_m]^e}{\partial X} [T] [U]^e + [T]^T [K_m]^e [T] \frac{\partial [U]^e}{\partial X} \quad (16)$$

3 海洋平台灵敏度计算实例

下面以渤海 BZ28-1 油田储油平台为例检验该方法的可行性和有效性。

3.1 计算模型

该平台为 4 腿导管架平台,工作点处平面尺寸为 $14.8\text{m} \times 14.8\text{m}$,导管架桩腿均为双斜,两个方向的斜度均为 10:1,立面尺寸见图 1。

荷载选用四种工况中的极端风暴条件。模型中的杆件采用梁单元形式,上部甲板用刚度接近无穷大的梁来模拟,按等效桩原理选取桩的计算长度^[9],计算模型如图 2 所示。设计变量为各圆管的外径和壁厚,本文采用 4 组圆管类型,分别为弦管(x_1, x_2)、导管架(x_3, x_4)、桩(x_5, x_6)和斜撑(x_7, x_8)。利用作者编制的海洋导管架平台灵敏度分析计算程序进行验算。

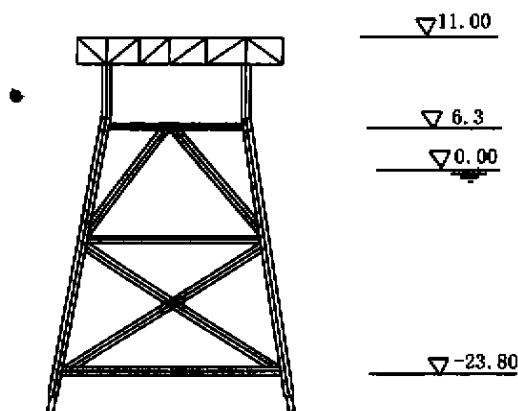


图1 平台立面图(单位:m)

Fig.1 The elevation view of the platform

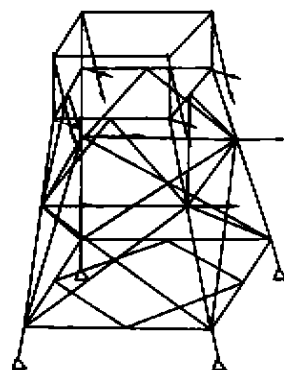


图2 计算模型

Fig.2 The calculating model

3.2 计算结果

本文以导管架顶部的位移 U 为例,灵敏度分析方程的建立采用直接法。验算两种不同变量初值情况。

1)当设计变量初值 $X = (0.8, 0.015, 1.4, 0.032, 1.8, 0.02, 0.7, 0.01)$ 时,结果为:

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} = [-6.573, 0.0013, 1.069]^T \times 10^{-3}$$

$$\frac{\partial U}{\partial x_2} = [-135.0, 0.212, 30.4]^T \times 10^{-3}$$

.....

$$\frac{\partial U}{\partial x_8} = [-642.7, 1.041, 110.8]^T \times 10^{-3}$$

2)当设计变量初值 $X = (0.65, 0.01, 1.5, 0.025, 1.6, 0.025, 0.6, 0.008)$ 时,结果为:

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} = [-4.541, 0.0018, 0.940]^T \times 10^{-3}$$

$$\frac{\partial U}{\partial x_2} = [-124.1, 0.199, 34.2]^T \times 10^{-3}$$

.....

$$\frac{\partial U}{\partial x_8} = [-612.3, 1.00, 102.8]^T \times 10^{-3}$$

在得到位移灵敏度以后,将其代入式(1),即一阶泰勒级数展开公式,便可得到计算点的位移向量,而无须重复进行有限元分析。为验证其精度,本文将一阶泰勒级数展开近似值与有限元分析结果进行比较,如表1所示。其中设计变量的摄动变化以初值的20%为步长,即 $(X_1 - X_0) = X_0 \times 20\%$,结果表明,符合工程上的精度要求。随着摄动步长的减小,计算精度会得到提高,当然迭代步骤也相应增加。反之,精度会有所降低。因此根据实际问题的不同,可以选择合适的摄动步长,在计算精度和计算费用之间得到最佳的协调。

表1 采用灵敏度分析方法与有限元方法的计算结果比较

Tab.1 Comparison of calculated results by the sensitivity analysis method and the finite element method

设计变量初值	计算点位移	一级泰勒展开值 ($\times 10^{-2}m$)	有限元分析值 ($\times 10^{-2}m$)	误差 ($\times 100\%$)
(1)	U_x	1.714	1.661	3.1
	U_y	-1.386e-3	1.323e-3	4.6
	U_z	-1.187	-1.158	2.1
	U_θ	1.425	1.409	1.1
(2)	U_x	-1.104e-3	-1.049e-3	4.0
	U_y	-0.985	-0.961	2.4

4 结 语

对于海洋工程中采用最多的导管架平台,由于结构形式较为复杂,如果采用传统的差分方法或半解析方法,在灵敏度计算中要花费大量的计算时间,这是很不经济的,另外精度上也不容易保证。利用本文提出的解析方法,可以在结构分析的同时进行灵敏度计算,通过算例表明,计算工作量可以大大减少;当设计变量个数为 n 时,计算工作量与 n 次形成结构总体刚度矩阵及荷载列向量相当。同时,计算精度完全满足工程上的要求。

参考文献:

- [1] Kibsgaard D. Sensitivity analysis the basis for optimization [J]. International Journal of Numerical Mechanics Engineering, 1992, 34: 901-932.
- [2] Burcaynski T. Application of BEM in sensitivity analysis and optimization [J]. Computational Mechanics, 1993, 13: 29-44.
- [3] 张旭明,王德信. 结构灵敏度分析的解析方法 [J]. 河海大学学报, 1998, 26(5): 44-49.
- [4] 梁醒培. 结构优化设计的解析灵敏度算法 [J]. 机械强度, 1998, 20(2): 156-159.
- [5] 蔡荫林,顾海涛. 桁架结构系统可靠度的敏度分析 [J]. 航空学报, 1993, 14(7): 343-347.
- [6] Haul E J, Choik K, Komkov V. Design sensitivity analysis of structural Systems [M]. Orlando: Academic Press, 1986.
- [7] Uri Kirsch. Efficient sensitivity analysis for structural optimization [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1994, 117: 143-156.
- [8] 江见鲸,贺小岗. 工程结构计算机仿真分析 [M]. 北京:清华大学出版社, 1996.
- [9] 罗传信,王柳君,唐红英,等. 海洋导管架平台 [M]. 天津:天津大学出版社, 1988.

本刊加入“万方数据——数字化期刊群”的声明

为了实现科技期刊编辑、出版发行工作的电子化,推进科技信息交流的网络化进程,本刊现已入网“万方数据——数字化期刊群”,向本刊投稿并录用的稿件文章,将一律由编辑部统一纳入“万方数据——数字化期刊群”,进入因特网提供信息服务。凡有不同意见者,请另投它刊。本刊所付稿酬包含刊物内容上网服务报酬,不再另付。

“万方数据——数字化期刊群”是国家“九五”重点科技攻关项目。本刊全文内容按照统一格式制作,读者可上网查询浏览本刊内容,并征订本刊。

《海洋工程》编辑部

2001 年 8 月