

文章编号: 1005-9865(2002)02-0078-07

## 海洋内波对水声场的扰动

沈国光, 叶春生

(天津大学 建筑工程学院, 天津 300072)

**摘 要:** 针对海洋内波对水声传播影响的问题, 在简要引出内波方程、水声方程和内波解、射线理论之后, 以水深 2 100m 等 Väisälä 频率的全板造波内波解对双线性水声剖面情况计算了内波和内波对声场及声线传播的影响。结果表明, 内波对声线传播的路径和时间的影响是不可忽略的。

**关键词:** 海洋内波; 水声学; 声线

**中图分类号:** O 353.2      **文献标识码:** A

## Disturbance of water sound field by ocean internal waves

SHEN Guo-guang, YE Chun-sheng

(Institute of Civil Eng. of Tianjin Univ., Tianjin 300072, China)

**Abstract:** The gist of the article is to describe the effect of ocean internal waves on water sound propagation. The internal wave equation, water sound equation, the solution of internal waves, and sound ray theory are introduced briefly in this paper. The internal wave solution, sound field and the effect on sound ray propagation are calculated for internal waves make by method of wave-making with the whole panel water depth  $h = 2\ 100\text{m}$  and Väisälä frequency  $N = \text{constant}$ . The steady sound velocity profile is taken as double linear distributions. The results show that the effect of internal waves on the track and time of sound ray propagation is not neglected.

**Key words:** ocean internal waves; water acoustics; sound ray

在广袤的海洋和大气层中层化结构是普遍存在的。由于在层化流体中不同层的流体质点相互掺混后的恢复力与发生在自由面上的情况相比小得多, 故一经扰动则有较大的振幅。有关内波的效应问题首先引起军事部门的注意。具体来说, 就是水下潜体运动受力、兴波及内波的存在对水声探测的影响有密切关系。此外, 近年来亦已发现内波对海洋石油的设施和生产活动具有不可忽视的影响, 已引起有关方面的关注。

有关内波对水声场的影响涉及内波和水声学两个交叉学科。近年来亦有不少讨论此问题的相关文献<sup>[9, 10-19]</sup>。本研究的重点在于扼要介绍内波的求解方法、基本特性及水声学的基本概念, 给出内波对声速场的扰动影响。

## 1 海洋内波场

## 1.1 内波方程

在二维波场的假定下, 设流场中的某一物理量可表示为:

$$f(x, z, t) = f_0(z) + f'(x, z, t) \quad (1)$$

式中:  $f$  代表密度、压力、声速等各种内波场量,  $f(x, z, t)$  为瞬时值,  $f_0(z)$  为垂向分层结构的稳态值,  $f'(x, z, t)$  为扰动量。

收稿日期: 2000-12-10

基金项目: 国防科技预研基金资助项目(99J14 6.3, JW1401)

作者简介: 沈国光(1938-), 男, 天津人, 教授, 主要从事水动力学研究。

从理想流体的 Euler 运动方程出发,在所有扰动量为小量的假定下取线性近似,则有:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} \quad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} - \frac{\rho g}{\rho_0} \quad (3)$$

将连续性方程线性化后得:

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

至此,方程已与稳态量无关。为简化表示,省去扰动量的一撇。由方程(4)可引入流函数:

$$u = -\Psi_z, \quad w = \Psi_x \quad (5)$$

将式(5)代入式(2)、(3),对  $t$  微分后再交叉对  $z, x$  微分,消去  $p$  后得:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \nabla^2 \Psi - \frac{N^2}{g} \Psi_z \right) + N^2 \Psi_x = 0 \quad (6)$$

其中:  $N^2 = -\frac{g}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dz}$ , 为 Brunt-Väisälä 频率。这就是通常所讨论的线化的二维内波运动方程。

## 1.2 内波解

如果设定解在水平平面内具有波数  $k$ 、频率  $\omega$  的形式,则可取:

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{\rho_0}} X(z) e^{i(kx - \omega t)} \quad (7)$$

代入式(6),就可得到  $X$  的方程:

$$\frac{d^2 X}{dz^2} + k^2 \left( \frac{N^2}{\omega^2} - 1 \right) X = 0 \quad (8)$$

方程(8)是对  $X(z)$  的 Sturm-Liouville 问题,具体的解型由  $N(z)$  分布及在自由面和水底的边界条件决定。方程(8)所描述的 Sturm-Liouville 问题具有  $n$  个特征值和与之对应的特征函数。对一般情况特征值和特征函数的求解要借助于数值方法,但对于  $N = \text{const}$  情况的讨论是直观和有益的。

设:  $N^2 > \omega^2$

$$\text{则} \quad X \propto \exp \left[ \pm ik \left( \frac{N^2}{\omega^2} - 1 \right)^{1/2} z \right] \quad (9)$$

若:  $N^2 < \omega^2$

$$\text{则} \quad X \propto \exp \left[ \pm k \left( \frac{N^2}{\omega^2} - 1 \right)^{1/2} z \right] \quad (10)$$

前者在  $z$  向具有波动的形式,即内波解,而后的解在  $z$  向的物理理解单调衰减,相应于平面行进波。

## 1.3 全板和半板造波解

以下讨论一种最具代表性和简明数学表达形式的全板造波解。

设二维水波场深为  $h$ ,为造一阶内波而设置的全板造波机高度与水深相同,以中心点为转动轴。在微幅运动前提下,板面上的运动条件可写为:

$$u = A\omega \left( 1 - \frac{2z}{h} \right) \sin \omega t \quad x = 0, -h < z < 0 \quad (11)$$

其中:  $A$  为最大摇幅。

$$\text{则有解:} \quad \Psi = \sum A_n \sin(l_n z) \sin(k_n x - \omega t) \quad (12)$$

式中:  $l_n = \sqrt{\frac{N^2}{\omega^2} - 1} k_n$

$$A_n \text{ 可由摇板板面条件定出: } A_n = -\frac{1}{h l_n} \int_{-h}^0 A\omega \left( 1 - \frac{2z}{h} \right) \cos(l_n z) dz \quad (13)$$

式中:  $n$  代表模态数,当  $n=1$  时,  $l_1 = \frac{\pi}{h}$ 。

$$\text{利用三角公式, } \Psi = \sum \frac{1}{2} A_n [-\cos(l_n z + k_n x - \omega t) + \cos(l_n z - k_n x + \omega t)] \quad (14)$$

上式代表此内波解由波向为  $z = \pm k_n/l_n x$  的向右上、下行两波系组成。

如果造波机只有半板,则板面条件只在上(或下)半部满足。由于在板面的另一半  $x=0, z=(-h, -h/2)$  (或  $(-h/2, 0)$ ) 间不存在扰动解,相应的内波解只取一个分支。

## 2 水声场

### 2.1 水声方程

现在考虑在水介质中有声扰动传播的情况。从理想流体的 Euler 方程和连续方程出发,考虑小振幅的情况,忽略二阶小量,可得:

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \nabla p = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho c^2 \nabla \cdot \bar{v} = 0, \quad c^2 = \left[ \frac{\partial p}{\partial \rho} \right], \quad (16)$$

式中:  $c$  为绝热声速,  $\bar{v}$  为流体质点振动的速度矢量,  $p$  为压力,  $\rho$  为流体密度。由以上两式可得关于压力的微分方程:

$$\rho \nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho} \nabla p \right) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (17)$$

$$\text{再次取线性近似,则有:} \quad \nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (18)$$

如果考虑简谐过程,其解将有时间因子  $e^{-i\omega t}$ ,则上式变为:

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0 \quad k = \omega/c \quad (19)$$

引入波函数  $\Psi$ :

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{\rho}} p$$

$$\text{则有:} \quad \nabla^2 \Psi + K^2(x, y, z) \Psi = 0 \quad (20)$$

其中:  $K^2 = k^2 + 1/2 \rho \nabla^2 \rho - 3/4 (1/\rho \nabla \rho)$

式(17)、(19)即为声场的基本方程,它与内波方程(8)具有相似的数学特征。

### 2.2 射线理论

当从声源发出的声在均匀无限介质中传播时,声场可由声势表出:

$$\Phi = \frac{V_0}{4\pi R} \exp[i(kR - \omega t)] \quad (21)$$

式中:  $V_0 = 4\pi a^2 v_0$  称声源体积速度,它代表半径为  $a$  的球表面积与表面振动速度  $v_0$  之积,  $R$  为观测距离,  $\omega$  为圆频率,  $k = \omega/c$  波数,  $c$  为声速。声压  $p$  和流体质点振动速度与  $\Phi$  的关系为:

$$p = \rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} = -i\omega \rho \Phi \quad (22)$$

$$\bar{v} = -\nabla \Phi \quad (23)$$

设  $c = c(z)$ , 在一个波长范围内声速的变化很小,则声线的折射满足 Snell 定律:

$$\frac{\cos \chi(z)}{c(z)} = \text{const}$$

$\chi(z)$  是声线在  $z$  平面的掠角,取柱坐标系,由  $\frac{dz}{dr} = \tan \chi$

声线经过的水平距离:

$$r = \int_{z_1}^z \frac{dz}{\tan \chi}$$

由 Snell 定律  $\cos \chi = 1/n \cos \chi_1$ ,  $n = c_1/c(z)$ , 其中:  $c_1, \chi_1$  为声源处的声速和掠角。得:

$$z = \frac{1}{\cos \chi_1} \int_{z_1}^z \sqrt{n^2(z) - \cos^2 \chi_1} dx \quad (24)$$

经过声线源  $ds$  的时间:

$$t = \int_{x_1}^x \frac{dx}{c \cdot \cos \chi} \quad (25)$$

### 2.3 水下声道

水下声道的特性取决于声速垂直剖面  $c(z)$ , 由声线方程:

$$z - z_0 = \frac{1}{\cos \chi_1} \int_{x_1}^x \sqrt{n^2 - \cos^2 \chi_1} dx$$

得知:当沿射线声速  $c$  变小时  $n$  将变大,射线变陡;而当沿射线声速  $c$  变大时  $n$  将变小,射线坡度变缓。总之,射线有一种朝  $c$  小的方向折转的倾向。当  $n = \cos \chi_1$  时射线方向水平,而后开始折转返回。图1给出的是典型的声速剖面及其射线路径。

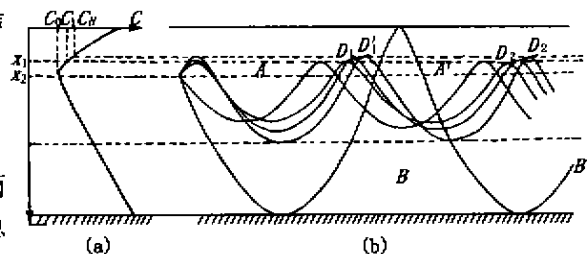


图1 典型的声速剖面及其射线路径

Fig. 1 Typical sound velocity profile and its ray path

可以看出,射线路径除依赖于声速剖面外,还取决于声源点的位置和初始掠角。上面的声场情况,在自由面上总是反射的结果,而在声源的下方  $n = \cos \chi_1$  处将形成焦散线。对于声速剖面具有凹形特征的情况其射线场较为复杂,但在海洋水声学中却是极普遍的情况。如图2所示的双线性分布是一种典型的声速剖面形式。其水深为2100m,图3给出的是当声源位于自由面下400m时对不同初始射线角所得出的声线图。

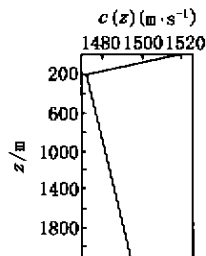


图2 双线性声速剖面

Fig. 2 Double linear sound velocity profile

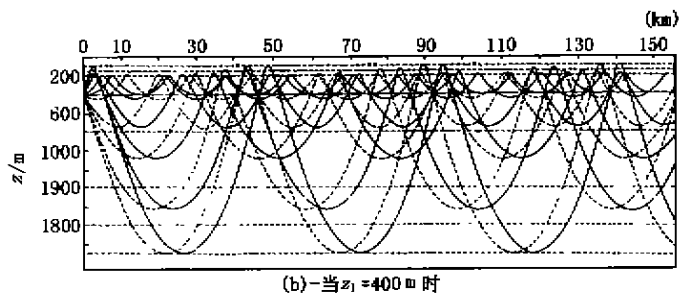


图3 双线性声速剖面下不同初始掠角的声线图  $z_1 = 400\text{m}$ (取自文献[4])

Fig. 3 Sound line at different initial sweep angles for double linear sound velocity profile  $z_1 = 400\text{ m}$ (from [4])

可以看出,对不同的声源位置和初始射线角,其共同的特征是射线都在一有限的水深范围内振荡传播。在水声学中称此现象为波导传播,即好似存在一个声学的导管一样。在波导之外,则水声达不到。可利用此现象于声能的集束传播和水下物体的隐蔽。

## 3 内波对水声场的影响

### 3.1 内波所形成的扰动声场

海水声速是温度  $T$ 、盐度  $S$  和压力  $p$  的函数。其中温度的影响最为重要,盐度的影响小于温度。简单的声速公式可表为:

$$c = 1449.2 + 4.6T - 0.0557T^2 + (1.34 - 0.010T)(S - 35) + 0.016z$$

其中: $c$  为声速(m/s),  $T$  为温度( $^{\circ}\text{C}$ ),  $S$  为盐度( $\text{‰}$ ),  $z$  为深度(m)。

当层化海洋中存在内波时,声速场可表为:

$$c(x, y, z, t) = c_0(z) + c'(x, y, z, t)$$

式中: $c'$  为内波扰动声速。

为计算有内波时在  $t$  时刻点  $(x, y, z)$  的声速,必须首先求得与之对应的平衡点  $(x_0, y_0, z_0)$ ,然后再根据无内波平衡状态的温度、盐度分布,求得  $(x, y, z, t)$  状态下的温度、盐度等物理量,并最后求得所要的声速。

内波场的特性直接与密度分布(或 Brunt-Väisälä 频率)相关,而密度分布又依赖于盐度等物理量,故密度剖面与声速剖面互相联系在一起。在描述性海洋学的应用中,压力对密度的影响可以不予考虑。为了方便通常用  $\sigma_{t,p} = \rho - 1000$  表示密度,一般简写为  $\sigma_t$ 。 $\sigma_t$  与盐度和温度的关系是很复杂的非线性关系,在实际

工作中  $\sigma_t$  的值是根据温、盐值通过查诺模图或查表得到,有时亦可通过以盐度和温度为自变量的多项式由计算机算出。

### 3.2 算例和讨论

本节应用前面有关内波场和水声学的知识针对典型的情况进行了内波、扰动声场和声线在有无内波时的传播计算。

为了分析内波对声速场的影响,首先应明确导致声速场变化的影响因素。为简化分析,首先采用在全深为等 Väisälä 频率的密度剖面。当有内波时,声速场的变化是由流体质点的运动所致,而流体质点的运动与内波频率、Väisälä 频率  $N$  等因素相关。由速度与流函数的关系,  $u = \Psi_z, w = -\Psi_x$ 。流体质点的位移与水平波数  $k$ 、水深、摇板幅等相关。频率与水平波数  $k$  之间的关系称为色散关系<sup>[5]</sup>:

$$l_n = \frac{n\pi}{h}, \quad k_n = \sqrt{(l_n^2 + (\frac{\mu_0}{2g})^2)(\frac{\omega^2}{\mu_0 - \omega^2})}, \quad \lambda = \frac{2\pi}{k_n}$$

对前三个模态,取  $\omega = N - (i-1) \times 0.0002 - 0.0001, i = 1 \sim 20$ 。取  $\rho_1 = 1021 \text{ kg/m}^3, \rho_2 = 1025 \text{ kg/m}^3$ , 则  $N = 0.004274 \text{ rad/s}$ 。由于上式中  $(\frac{\mu_0}{2g})^2 \leq l_n^2$ , 故波数  $k_n$  与模态数  $n$  呈线性关系。对  $n=1$  的波长  $\lambda$  与圆频率  $\omega$  的依赖关系在图 4 中给出。由图可见,当  $\omega^2 \rightarrow \mu_0$  时波数取极大,波长取极小,而当  $\omega^2$  远离  $\mu_0$  (即内波频率与 Väisälä 频率的差别加大)时内波波长是很长的。

图 5 给出了有内波时第一模态下在  $t=0.0\text{s}$  不同  $x$  位置的扰动声速剖面。相应的参数为:

$$A = 100\text{m}, \quad \text{波长 } \lambda = 924.84\text{m}, \quad N = 4.174\text{E}-3 \text{ 1/s}$$

由图可见对第一模态,在水深中点、水平四分之一波长处的扰动声速最大,其值可达  $1.9\text{m/s}$  以上。图 6 给出了第一、二模态下一个波长范围内  $z = (i-1)h/10 (i=1 \sim 11), t = 74.269\text{s}$  时所对应的平衡点位置曲线形状,由此不难求出对应点的密度等量。与图 5 扰动声速的结果相一致,垂直位移仍是在  $z$  向模态的波峰波动取极值,而水平向位移在节点处取极值。

严格说来,密度与声速同样与温度  $T$  和盐度  $S$  相关,现在分别直接给定声速和密度剖面是由于缺乏可供参考的数据,实际上这相当于回避了温度和盐度的分布。

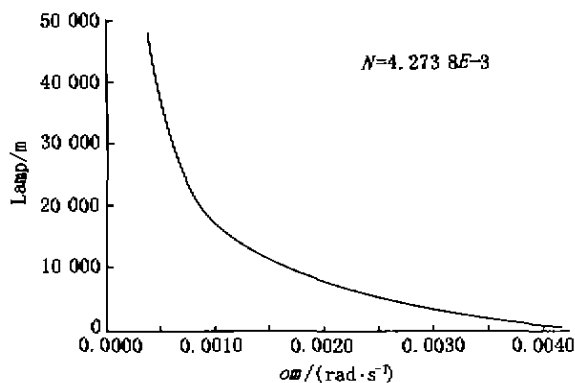


图 4 内波的色散关系

Fig. 4 Dispersion relation of internal wave

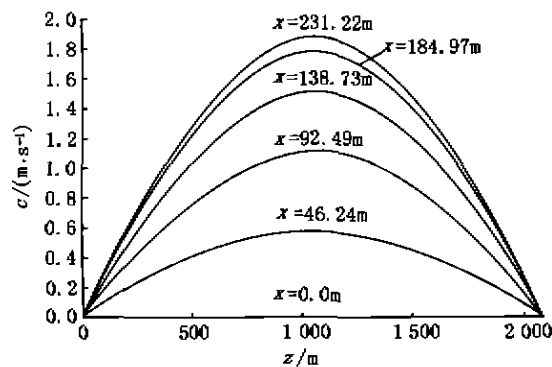


图 5 有内波时在不同水平位置处的扰动声速剖面 ( $t=0\text{s}$ )

Fig. 5 Disturbance sound velocity profile at different positions with internal wave ( $t=0\text{s}$ )

图 7 给出在有无内波情况下声线的传播路径图像计算结果。声速的基础剖面都是双线性分布,射线的起始点取在  $x=0, z=1700\text{m}$  处,射线的初始掠角取为  $\theta_0 = \pm(\pi/21, \pi/30, \pi/40)$

声线的数值积分是根据式(24)进行的:

$$z = \frac{1}{\cos \chi_1} \int_{\chi_1}^{\chi_2} \sqrt{(n^2(z) - \cos^2 \chi_1)} dx$$

由于内波的周期  $T = 1505.39 \text{ s}$ , 远大于声线的计算时间,故计算时将内波场视为冻结状态。

由于在折返点被积函数导数  $f(x, z)$  为零,而且  $f(x, z)$  弱依赖于  $x$ , 故在积分计算时处理不当就发生积分曲线振荡或陷入不能折返,一般的数值方法都不能解决这一问题。为此,本研究提出两种解决方案。其一

是当被积函数中的开方项为负后,人为地取导数为上一步值的反号,直至积分正常为止。另一方法是当被积函数中的开方项为负后,人为地倒退取 $k$ 点前的导数值, $k$ 的取值从一开始直至积分正常为止。

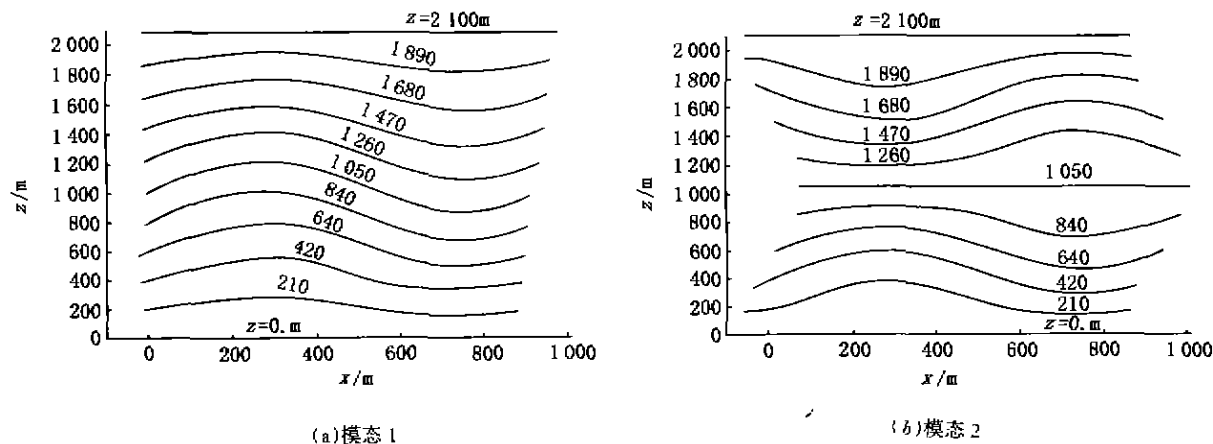


图6 一个波长范围内不同高程所对应的平衡点曲线( $t = 75.269$  s)

Fig. 6 Curve of equilibrium points related to different elevations in the range of one wavelength( $t = 75.269$  s)

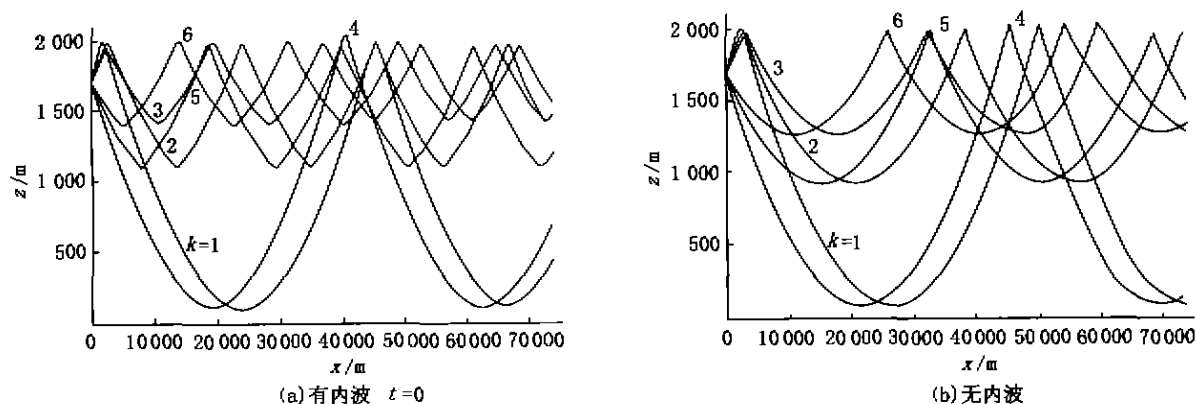


图7 与图3对应的声线路径( $T = 1\ 505.39$  s)

Fig. 7 Sound path corresponding with Fig.3 ( $T = 1\ 505.39$  s)

积分的范围为80倍波长,分割为2000个积分步,但绘图数据是5步一输出。

可以看出,无内波的射线图像与图3的结果基本一致。内波的存在与否对射线传播的影响是明显的,特别是当初始掠角较小时,内波的存在使射线的折返距离缩短。

声线通过上述区间所需时间的计算依式(24)进行。有无内波对射线通过相同水平距离所需时间的变化亦不容忽略,与图7对应的 $t = 0$  s情况计算结果列于表1(单位为s)。

表1 有无内波时的声线传播时间对比

Tab.1 Contrast on propagation time of sound ray while internal waves with or no

|     | $K=1$    | $K=2$    | $K=3$    | $K=4$    | $K=5$    | $K=6$    |
|-----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 无内波 | 49.882 9 | 50.073 7 | 50.157 5 | 49.877 2 | 50.255 3 | 50.161 5 |
| 有内波 | 49.977 1 | 50.419 6 | 50.445 5 | 50.082 6 | 50.263 4 | 50.303 5 |

$K=1,2,3$ 依次对应于 $\theta_0 = (\pi/2, \pi/30, \pi/30)$ ;  $K=4,5,6$ 则对应于 $\theta_0 = -(\pi/2, \pi/30, \pi/30)$

#### 4 结 语

本文扼要介绍内波方程和水声方程及其求解的方法,应用射线理论对所选的内波和双线性稳态水声剖面计算了有无内波时在声线传播路径和时间上的对比。结果显示内波的存在对水声场有不可忽略的影响。

进一步的工作涉及内波对水声场的强度、传输损失的影响和声场的统计特性等,相关的工作正在进行中。

## 参考文献:

- [1] 汪德昭,尚尔昌.水声学[M].北京:科学出版社,1981.
- [2] G L 皮尔德, W J 埃默里.描述性物理海洋学[M].北京:海洋出版社,1989.
- [3] 富永政英.海洋波动[M].北京:科学出版社,1984.
- [4] L M 布列霍夫斯基.海洋声学[M].北京:科学出版社,1983.
- [5] 徐肇廷.海洋内波动力学[M].北京:科学出版社,1999.
- [6] 沈国光,王日新,徐肇廷.简化 Holmboe 分层流体变密度剖面的形成及其内波实验[J].实验力学,1998,13(1):41-48.
- [7] 王日新,沈国光,徐肇廷.层化流体中半板造波的内波解[J].海洋与湖沼,1999,30(3):342-348.
- [8] 沈国光,李德筠.内波研究中的射线理论和陷波[J].水动力学研究与进展,1996,11(1):43-51.
- [9] 孙枕戈,马远良,屠庆平.分层海洋介质中本征声线的快速计算[J].应用声学,1997,16(4):7-12.
- [10] Yih C S. Stratified flow[M]. Academic Press Inc,1980.
- [11] Philips O M. The dynamics of the upper ocean[M]. Syndics of the Cambridge Univ. Press,1977.
- [12] C J R Garrett, W H Munk. Space-time scales of internal waves[J]. Geophys. Fluid Dyn,1972,2(4):225-264.
- [13] L M Brekhovskikh, et al. Short-period internal waves in the sea[J]. J. Geoph. Res.,1975,80(6):856-864.
- [14] Avital E, Miloh T. On an inverse problem of ship-induced internal waves[J]. Ocean Eng. 1999,26(2):99-100.
- [15] Teoh S G Laboratory study of the interaction between two internal wave[J]. J. F. M.1997, v336, 91-122.
- [16] Mark L Grabb, Shuozhong Wang, Theodore G Birdsall. Deterministic three-dimensional analysis of long-range sound propagation through internal-wave field[J]. IEEE,J.Oceanic Eng.,1996,21(3):260-271.
- [17] Xin Tang, Frederick D Tappert, Effect of internal waves on sound pulse propagation in the Straits of Florida[J]. IEEE,J.Oceanic Eng.,1997,22(2):245-255.
- [18] Jeffrey Simmen, Stanley M flatte, Guan-Yu Wang. Wavefront folding chaos and diffraction for sound propagation through ocean internal waves[J]. J. Acoust. Soc. Am.1997,102(1):239-255.
- [19] Peter Traskovski. Travel-time perturbation due to internal waves: Equivalence of model and ray solutions[J]. J. Acoust. Soc. Am. 1996,22(2):822-830.