

超短基线定位系统的误差分析

张 道 平

(国家海洋局海洋技术研究所, 天津)

摘 要

本文对超短基线定位系统的误差进行了分析, 建立了定位的随机误差和测量值误差之间的关系, 指出了提高定位精度的某些方法和措施

超短基线系统的定位是靠测量信号到达接收阵单元之间的相位差和测量目标到接收阵之间的斜距来实现定位的. 由于基线长度一般小于波长的 $1/2$, 所以三个接收单元常按直角三角形布阵, 固定在不大的障板上, 然后装于船底或船舷, 把接收阵所在的平面作为坐标平面, x 轴指向船头, y 轴指向右舷, z 轴指向海底, 坐标原点取在参考接收单元上, 如图 1.

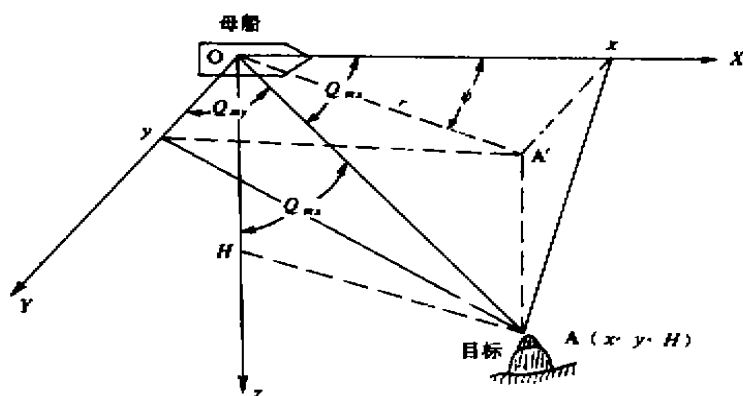


图 1 信标/应答器位置的几何图

目标的位置可由下式确定.

本文于 1987 年 12 月 20 日收到, 修改稿于 1988 年 4 月 18 日收到.

$$\left. \begin{aligned} X &= \frac{c \cdot t \cdot \lambda \cdot \varphi_x}{4\pi D} \\ y &= \frac{c \cdot t \cdot \lambda \cdot \varphi_y}{4\pi D} \\ H &= [R^2 - x^2 - y^2]^{1/2} \\ R &= \frac{1}{2} c \cdot t \\ \psi &= \operatorname{tg}^{-1} \frac{\varphi_y}{\varphi_x} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中, c , λ 分别为声速和接收阵处的波长, D 为基线长度, 通常它们是已知量. φ_x , φ_y 分别为 x 方向, y 方向上两个接收单元接收信号的电相位差. t 为双程传播时间. 当这些量给定后, 目标相对接收阵的位置 (x, y, H) 及目标相对舰首的方位 ψ 及斜距 R 就唯一地确定了.

由于各种噪声的存在, 环境条件的变化以及安装方面的原因将会引起定位误差. 噪声引起的定位误差称为随机误差其均方差用 σ_x , σ_y 来表示. 测量值 φ_x , φ_y , t 的均方差用 δ_{φ_x} , δ_{φ_y} , δ_t 来表示.

由于海洋中声线的弯曲, 使得声线在接收阵处的入射方向产生畸变. 声速的变化及基阵安装方面的偏差, 使得测量的结果偏离实际值, 产生了定位的系统误差, 它们随着季节、海况、及海区的不同而变化.

一、定位线误差

目标的 x, y 值在坐标平面上是两条相互垂直的定位线, 并且都包含着随机误差和系统误差. 这两种误差的综合称为定位线的综合极限误差用 $\bar{\delta}_x$ 和 $\bar{\delta}_y$ 表示.

1. 定位线系统误差: Δx (或 Δy)

由式 (1) 可以得出:

$$\Delta x = x \left[\left(\frac{\Delta C_H}{C_H} \right)^2 - \left(\frac{\Delta \varphi_x}{\varphi_x} \right)^2 - \left(\frac{\Delta \lambda}{\lambda} \right)^2 - \left(\frac{\Delta D}{D} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2)$$

式中, ΔC_H 为实际声速平均值和选用的声速平均值间的偏差, $\Delta \varphi_x$ 为声线弯曲引起相位测量在 x 方向上的偏差, $\Delta \lambda$ 为选用的声波波长和实际波长间的偏差, ΔD 为基线安装偏差.

若用精密声速仪测量接收阵处的声速, 在装配时精确测定 D 的值, 则 $\Delta \lambda$ 、 ΔD 可忽略, 因此,

$$\Delta x \approx x \left[\left(\frac{\Delta C_H}{C_H} \right)^2 - \left(\frac{\Delta \varphi_x}{\varphi_x} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3)$$

$\Delta\varphi_x/\varphi_x$ 的值只取决于作业区的声速结构. 若以 1979 年南海 11205 站位元月、4 月、7 月测得的声速剖面值为例, 信标放在海面以下 100 米, 接收阵在 5 米处, 则元月 $\Delta\varphi_x/\varphi_x \approx 0.14\%$, 4 月 $\Delta\varphi_x/\varphi_x \approx 0.8\%$, 7 月 $\Delta\varphi_x/\varphi_x \approx 1.4\%$.

可见这类误差特别在夏季是非常严重的, 只有目标在接收阵的正下方即垂直入射才可不考虑它的影响.

不少文章指出, 通过认真的声速测定可使 $\Delta C_H/C_H$ 小于 0.1%.

2. 定位线随机误差 σ_x

由式(1)可导出定位线的均方根误差:

$$\sigma_x = \sqrt{x \left[\left(\frac{\sigma_{\varphi x}}{\varphi_x} \right)^2 - \left(\frac{\sigma_t}{t} \right)^2 \right]^{1/2}} \quad (4)$$

若取约定概率 $\rho=0.954$, 对应的置信级 $t=2$, 则定位线的随机极限误差 δ_x 如下.

$$\delta_x = \sqrt{2x \left[\left(\frac{\sigma_{\varphi x}}{\varphi_x} \right)^2 - \left(\frac{\sigma_t}{t} \right)^2 \right]^{1/2}} \quad (5)$$

3. 定位线综合极限误差 $\bar{\sigma}_x$

根据定义, 见文献[2] $\bar{\sigma}_x$ 可写成:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_x &= \sqrt{\Delta X} \sqrt{\sigma_x} \\ &= \sqrt{\left[\left(\frac{\lambda t \varphi_x}{4\pi D} \right)^2 \Delta C_H^2 - \left(\frac{C \lambda t}{4\pi D} \right)^2 \Delta \varphi_x^2 \right]^{1/2}} \\ &\quad \sqrt{2 \left[\left(\frac{C \lambda t}{4\pi D} \right)^2 \sigma_{\varphi x}^2 - \left(\frac{C \lambda \varphi_x}{4\pi D} \right)^2 \sigma_t^2 \right]^{1/2}} \end{aligned} \quad (6)$$

当 $\varphi_x \neq 0$ 时, 式(6)又可写成:

$$\bar{\sigma}_x = \sqrt{x} \left[\left(\frac{\Delta C_H}{C_H} \right)^2 - \left(\frac{\Delta \varphi_x}{\varphi_x} \right)^2 \right]^{1/2} \sqrt{2x \left[\left(\frac{\sigma_{\varphi x}}{\varphi_x} \right)^2 - \left(\frac{\sigma_t}{t} \right)^2 \right]^{1/2}} \quad (7)$$

同理可得出 $\bar{\sigma}_y$ 的表达式只要把式(6)、(7)中的 φ_x 、 $\Delta\varphi_x$ 、 $\sigma_{\varphi x}$, 相应地换成 φ_y 、 $\Delta\varphi_y$ 、 $\sigma_{\varphi y}$ 即可.

二、定位特性的分析

1. $\bar{\sigma}_x$ 和入射角 Q_{mz} 的关系

当目标在接收阵的正下方时 $Q_{mz}=0$, 此时 φ_x 、 φ_y 、 x 、 y 均为零. 由于声线垂直入射没有弯曲所以 $\Delta\varphi_x=0$, 因此式(6)可简化为,

$$\bar{\delta}_x \approx 2H \frac{\sigma_{\varphi x}}{\pi} \quad (8)$$

此式表明, 在 $Q_{mz}=0$ 的情况下, 系统仅存在着随机定位误差并且只和水深 H 及 $\sigma_{\varphi x}$ 有关. 这结论在 $Q_{mz} < 15^\circ$ 的情况下大体上也是适用的. 因此在这个范围内降低 $\sigma_{\varphi x}$ 、 $\sigma_{\varphi y}$ 是提高定位精度的有效措施.

随着 Q_{mz} 的增加, 声线弯曲愈趋严重 ΔC_H 、 $\Delta \varphi_x$ 非但不能忽略, 而且迅速增加. 如果水深不变, 则 Q_{mz} 增加 x 值亦增加, 信噪比随之下降. 因此定位的系统误差和随机误差都将随之迅速恶化.

2. 位置的分辨率和 Q_{mz} 的关系

由鉴相公式可知:

$$\varphi_x = \frac{2\pi D}{\lambda} \cos Q_{mx} \quad (9)$$

则

$$\left| \frac{d\varphi_x}{dQ_{mx}} \right| = \frac{2\pi D}{\lambda} \sin Q_{mx} \quad (10)$$

显然当 $Q_{mx} = \pi/2$, $|d\varphi_x/dQ_{mx}| = \frac{2\pi D}{\lambda}$ 为最大值. 因此当目标在 yoz 平面内, x 值有最好的分辨率. 当 $Q_{mx} \rightarrow 0$ 时, $|d\varphi_x/dQ_{mx}| \rightarrow 0$, x 的分辨率逐渐变差, 这意味着当声线沿着 ox 轴或近乎水平入射时目标的 x 值将无法辨认. 对 y 方向也有同样的结果. 这说明, 对于超短基线定位系统来说, 只有在 Q_{mz} 很小的锥体内, 目标才有好的定位精度和位置分辨率.

3. 方位角 ψ 的均方差 σ_ψ 和 Q_{mz} 的关系

由式(1)可知,

$$\sigma_\psi = \cos^2 \psi \left[\left(\frac{1}{\varphi_x} \right)^2 \sigma_{\varphi y}^2 - \left(\frac{\varphi_y}{\varphi_x^2} \right)^2 \sigma_{\varphi x}^2 \right]^{1/2} \quad (11)$$

可以证明当 $R \gg H$ 时,

$$\left. \begin{aligned} \varphi_x &\approx \pi \cos \psi, \\ \varphi_y &\approx \pi \sin \psi. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

假定 $\sigma_{\varphi x} = \sigma_{\varphi y} = \sigma_\varphi$, 则

$$\sigma_\psi = \frac{\sigma_\varphi}{\pi} \quad (13)$$

可见目标的方位角误差只取决于相位测量的信噪比. 在同样信噪比的条件下导航的范围

将远大于定位的范围。

根据上述分析,超短基线的定位功能大体上可分为以下三个区域。

a. 精确定位区. $Q_{mz} < 30^\circ$, 定位精度一般高于长基线定位方式, 主要用于高精度定位, 如对接井口等。

b. 获得区. $Q_{mz} < 60^\circ$, 定位精度一般低于长基线定位方式。

c. 定向区. $Q_{mz} > 60^\circ$, 一般不能用来定位, 只能为目标导航。

三、提高定位精度的措施

由式(8)可知,在精确定位区,定位精度主要取决于相位检测的随机误差,有下列方法可以降低 σ_φ 对定位的影响。

1. 扩展基线长度:

把基线长度 D 扩展 m 倍,等于把测得的相位差 φ_x 放大 m 倍。因此,在 σ_{φ_x} 不变的情况下 $\sigma_{\varphi_x}/\varphi_x$ 下降 m 倍。应当注意,必须保证放大后的相位差不能超过 π 值,以免造成位置的多值性。例如,在入射角 $Q_{mz} < 15^\circ$ 的应用范围内, φ_x 或 φ_y 均小于 $\pi/4$,因此 m 最大可选取为3。

当对远距离的目标定位时,可以用 n 个换能器单元组成线阵,间隔为 D ,如图2。

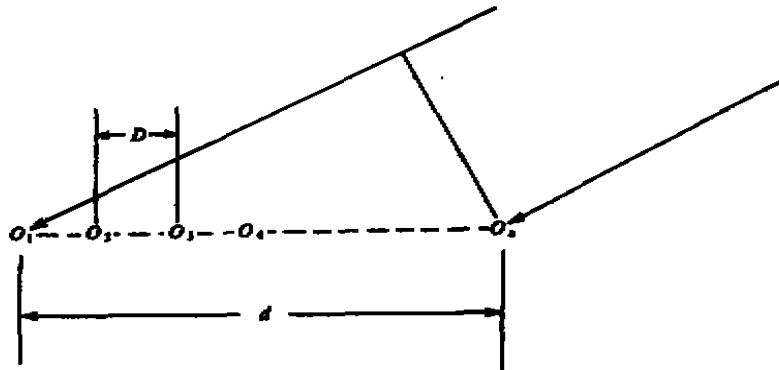


图2 相位放大,及消除多值性的线阵

图中 d 为线阵长度。为了消除多值性,信标在接到询问信号后发出两种应答频率,对应的波长为 λ_1, λ_2 。

设计时应当满足,

$$d = \frac{n-1}{2} \lambda_1 = \frac{n}{2} \lambda_2 \quad (14)$$

因此对同一目标可测得两组相位差。

对于 λ_1 有,

$$\varphi_{1x} = \pi(n-1) \cdot \cos Q_{mx}, \quad (15)$$

对于 λ_2 有,

$$\varphi_{2x} = \pi n \cdot \cos Q_{mx}, \quad (16)$$

$$\Delta\varphi_x = \varphi_{2x} - \varphi_{1x} = \cos Q_{mx}. \quad (17)$$

2. 降低 σ_φ 的影响.

文献〔4〕已经证明,

$$\sigma_\varphi = [S/N]^{-1/2}. \quad (18)$$

其中, S/N 为系统带宽内的信噪比.

(1) 通常用加大发射功率、降低系统带宽的方法提高信噪比. 加大发射功率特别是水下信标受到水下放置时间、体积大小的限制. 降低带宽也将受到包络检测要求的限制, 因此效益是有限的.

国外学者采用新的信号检测、处理技术, 例如用锁相、相关技术检测相位和时间, 用卡尔曼滤波方法推算船位等, 对提高定位精度都有明显的效果, 请参阅文献〔4〕.

(2) 选用窄波束换能器单元组成接收阵. 在精确定位区选用窄波束换能器组成接收阵, 降低噪声非常显著. 例如波束开角为 36° 可获得降低噪声 10db 的增益.

(3) 增加采样值进行相位平均.

鉴相信号脉冲串的前后沿在噪声的影响下抖动. 由于接收机的带宽远小于噪声的带宽, 因此接收机带宽内的噪声可视为限带白噪声. 对于限带白噪声, 它的自相关函数 $R(\tau)$ 在通带噪声归一化后可写成:

$$R(\tau) = \frac{\sin \pi B \tau}{\pi B \tau} \quad (19)$$

B 为系统带宽. 显然当 $\tau = n/B$ ($n = 1, 2, \dots, N$) 时 $R(\tau) = 0$. 随着 τ 的增加其峰值逐渐逼近零. 当 $\tau > 3/B$ 时其极大值已小于 10%. 因此 $\tau > 3/B$ 的噪声采样值 $n(t)$, $n(t+\tau)$ 可近似认为是不相关的, 称 $\tau_0 = 3/B$ 为噪声的时间相关半径.

若发射信号的宽度为 T , 则可取出的独立样点数 n 为:

$$n = \frac{T}{\tau_0} = BT. \quad (20)$$

将 n 个独立样点值取平均, 可使单次测量的均方差降低 $\sqrt{n}$ 倍. 为了增加样点值又不使 T 太宽, 一般在水下目标接到询问信号后发出一串应答信号, 对脉冲串内的每个信号进行相位采集然后进行相位平均.

综上所述, 鉴相信号的随机误差和定位线随机误差, 在精确定位区分别可写成:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\varphi_x} &= \frac{\sigma_{\varphi_x}}{m\sqrt{K \cdot n}}, \\ \overline{\delta_x} &= \frac{2H}{\pi} \cdot \frac{\sigma_{\varphi_x}}{m\sqrt{K \cdot n}} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

式中, m 为相位放大因子, K 为接收阵元的指向性指数, n 为参与平均的样点数.

3. 声线弯曲时位置影响的补偿.

由于声线弯曲, 定位产生了偏差. 为了补偿这种偏差引入水深的测量, 在测知水深 H 后

可得出目标的水平距离 γ_0 .

$$\gamma_0 = [R^2 - H^2]^{1/2}. \quad (22)$$

同时还可得出

$$\gamma_1 = [x^2 - y^2]^{1/2}. \quad (23)$$

比较 γ_0 和 γ_1 可知: γ_0 的误差主要取决于 σ_R , σ_H , 与 σ_φ , $\Delta\varphi$ 无关. 而 γ_1 的误差则受 $\Delta\varphi$ 的影响, 当 $r \gg y$ 时更为严重. 因此可利用 γ_0 对 x , y 进行修正. 首先比较 γ_0 和 γ_1 . 令 $\gamma_0/\gamma_1 = k_1$, 使 $x_1 = k_1 x$, $y_1 = k_1 y$, $\gamma_2 = [x_1^2 - y_1^2]^{1/2}$. 比较 γ_0 和 γ_2 , 若 $|\gamma_0 - \gamma_2| > \varepsilon$ (ε 为逼近的许可值), 令 $\gamma_0/\gamma_2 = k_2$, 使 $x_2 = k_2 x_1$, $y_2 = k_2 y_1$, $\gamma_3 = [x_2^2 - y_2^2]^{1/2}$. 继续比较 γ_0 和 γ_3 , 直至 $|\gamma_0 - \gamma_n| < \varepsilon$, 则 x_{n-1} , y_{n-1} 便为欲求的值.

四、定位误差概率面积 S 的估算

目标在平面上的位置误差在一定的概率条件下通常以椭圆形式分布在平面上. 衡量它的大小用长短半轴的值来表示. 在精确定位区, 可近似用圆的面积和半径表示.

在大信噪比的情况下, φ_x , φ_y , t 都服从高斯分布. 因此 x , y 也服从高斯分布, 其分布密度函数可写成:

$$\left. \begin{aligned} \rho_x(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_x} \cdot \exp\left[-(x-x_0)^2 / 2\sigma_x^2\right] \\ \rho_y(y) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_y} \cdot \exp\left[-(y-y_0)^2 / 2\sigma_y^2\right] \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

由于基线长度远远小于它到海面 and 船体的距离, 因此接收阵处的噪声场可视为各相同性的噪声场. 文献〔1〕给出了这类噪声时空相关函数的计算式. 计算表明: 当基线长度大于 $1/2$ 波长时便可认为噪声在空间上是不相关的. 在实用中, 基线长度通常取为 $1/2$ 波长. 因此两通道接收的高斯噪声可视为相互独立的.

若目标位置的分布密度函数为 $\rho(x, y)$. 由于 $\rho(x)$, $\rho(y)$ 相互独立, 故,

$$\rho(x, y) = \rho_x(x) \cdot \rho_y(y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \cdot e^{-\left[\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_x^2} + \frac{(y-y_0)^2}{2\sigma_y^2}\right]}. \quad (25)$$

假定 $\sigma_{\varphi_x} = \sigma_{\varphi_y} = \sigma_\varphi$, 则 $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_\varphi$. 因而,

$$\rho(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_\varphi^2} e^{-[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2] / 2\sigma_\varphi^2}. \quad (26)$$

若取约定概率,

$$\rho(x \leq |2\sigma_x|) = 0.954, \text{ 置信级 } t = 2, \delta_x = 2\sigma_x.$$

$$\rho(y \leq |2\sigma_y|) = 0.954, \text{ 置信级 } t = 2, \delta_y = 2\sigma_y.$$

$$\text{则 } \rho(x_0 - 2\sigma_x \leq x \leq x_0 + 2\sigma_x, \rho(y_0 - 2\sigma_y \leq y \leq y_0 + 2\sigma_y) = \int_{-\delta_x}^{\delta_x} \int_{-\delta_y}^{\delta_y} \rho(x, y) dx dy$$

$$= 0.91. \quad (27)$$

对应的概率面积,

$$S = 2\delta_x \cdot 2\delta_y = \frac{64}{\pi^2} H^2 \cdot \sigma_\varphi^2. \quad (28)$$

等效的圆面积为 S 如图 3, 其半径为 R , 则

$$R = 1.4H\sigma_\varphi. \quad (29)$$

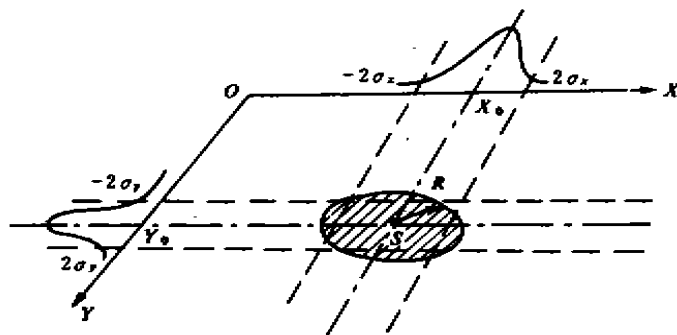


图 3 等效定位误差圆

在精确定位区以外, 由于不同入射方向 $\sigma_{\varphi_x} \neq \sigma_{\varphi_y}$, 所以 $\sigma_x \neq \sigma_y$, 其误差分布只能用椭圆描述, 对此本文不再详述.

五、结 语

在实际工作中为了确保定位的精度, 必须细心地安装、校准接收阵, 必须对船的姿态给予修正, 还要防止多途径的干扰以保证信号的稳定性.

本文承蒙李允武同志帮助, 在此谨表示感谢.

参 考 文 献

- (1) 郑兆宁, 向大威, 水声信号被动检测与参数估计理论, 科学出版社, 1983, 665—682.
- (2) 费业泰主编, 误差理论与数据处理, 机械工业出版社, 1981, 59—70.
- (3) Karstein Vestgaard and Kaare Hansen, Supershort baseline hydroacoustic navigation system OTC, 1987, 1, 449—456.
- (4) Pettersen, P., K. Hansen and K. Vestgard, Precision navigation by hydroacoustic position reference sytem, *Automation in Offshore Oil Field Operation*, eds. Galtung, Rosandhaug and Wiliams North-Holland Publishing Company, 1976, 32—40.