

复杂地形下海浪数值模式的特征线计算格式

华 锋^{1,2,3,4}, 王道龙^{3,4}, 袁业立^{3,4}, 王海燕^{3,4}

(1. 中国科学院 海洋研究所, 山东 青岛 266071; 2. 中国科学院 研究生院, 北京 100039;

3. 国家海洋局 第一海洋研究所, 山东 青岛 266061; 4. 海洋环境科学与数值模拟国家海洋局重点实验室, 山东 青岛, 266061)

摘 要: LAGFD-WAM 海浪数值模式是一种第三代海浪数值模式, 通过求解波数谱平衡方程, 并考虑风输入、波浪破碎耗散、底摩擦耗散、波波非线性相互作用和波流相互作用等源函数, 模拟波数空间下的海浪方向谱, 并依此获得海浪的波高、周期和平均波向。该模式的一个显著特点是采用特征线嵌入格式求解海浪的传播。在进行浅水区域的海浪模拟时, 特征线嵌入格式的数值计算方案是否合理对海浪数值模拟结果产生直接的影响。为此 LAGFD-WAM 海浪数值模式提出了一种新的特征线混合数值计算格式, 并应用于浅水海浪数值模拟。结果表明, 采用该计算方法, 能够使数值模拟结果与实测结果很好符合。

关键词: 数值模拟; 海浪数值模式; 特征线; 嵌入格式

中图分类号: P731.22

文献标识码: A

文章编号: 1671-6647(2005)03-0272-09

LAGFD-WAM 海浪数值模式是当今世界上最先进的第三代海浪数值模式之一, 它建立于 1991 年。该模式基于波数谱空间下能量平衡方程, 是以海浪方向谱为直接模拟目标的海浪数值模拟方法。它包含了国际上最新海浪研究成果, 诸如: 风输入源函数、波浪破碎耗散源函数、底摩擦效应源函数、波一波非线性相互作用源函数和波一流相互作用源函数, 并提出了反映海波能谱传播的复杂特征线方程, 能够很好地模拟波浪方向谱和各特征波要素^[1,2]。

在国际上, LAGFD-WAM 海浪数值模式首先采用了特征线嵌入格式, 替代了数值模式中通常所采用的差分格式。其显著优点是解除了空间步长对时间步长的约束。在地形无复杂变化的情况下, 既能保证空间网格的分辨率, 同时能够显著提高计算速度。

但是, 应当指出的是, LAGFD-WAM 早期主要应用于深水海浪数值模拟, 在其模式检验中均采用深水海浪观测数据。在将该模式应用于浅水海浪数值模拟时, 发现原先所设计的数值格式有较大的问题, 不能合理地计算海浪在复杂地形下的传播。

本文为 LAGFD-WAM 海浪数值模式设计了一种新的特征线数值计算格式, 并利用 3 个月的海浪观测数据进行了模拟检验。结果表明, 该格式能够较好地地进行浅水海浪数值模拟。

1 LAGFD-WAM 海浪模式的特征线嵌入格式简介及存在问题

LAGFD-WAM 模式的控制方程组为^[3,4]:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + (\vec{C}_g + \vec{U}) \cdot \nabla \right] E(\vec{k}) = S_n(\vec{k}) + S_w(\vec{k}) + S_{ds}(\vec{k}) + S_{ca}(\vec{k}) = SS(\vec{k}) \quad (1)$$

$$\frac{d\vec{X}}{dt} = (\vec{C}_g + \vec{U}) \quad (2)$$

收稿日期: 2004-12-21

基金项目: 国家自然科学基金项目——海浪数值模式及海流动力耦合数值模式研究(40076008)

作者简介: 华 锋(1962-), 男, 山东青岛人, 研究员, 主要从事海浪动力学和数值模拟研究。

(武建平 编辑)

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + (\vec{C}_g + \vec{U}) \cdot \nabla \right] k = - \left[\frac{\partial \sigma}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial s} + \vec{k} \cdot \frac{\partial \vec{U}}{\partial s} \right] \quad (3)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + (\vec{C}_g + \vec{U}) \cdot \nabla \right] \theta = - \frac{1}{k} \left[\frac{\partial \sigma}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial n} + \vec{k} \cdot \frac{\partial \vec{U}}{\partial n} \right] \quad (4)$$

式中, $E(\vec{k})$ 为海波波数方向谱; $\vec{k} = k(\cos\theta\vec{i} + \sin\theta\vec{j})$ 为波数矢量; k 为波数; θ 为波向; \vec{C}_g 为海波的群速度; \vec{U} 为背景流场; $S_m(\vec{k})$, $S_{nl}(\vec{k})$, $S_{ds}(\vec{k})$ 和 $S_{cu}(\vec{k})$ 分别为风输入源函数、波一波非线性相互作用源函数、耗散源函数(破碎耗散和底摩擦耗散)和波一流相互作用源函数; \vec{X} 为海波传播的位移; $\sigma = \omega + \vec{k} \cdot \vec{U}$ 为表征频率, 其中 ω 为海波的本征频率; d 为水深; s 增加的方向与波向一致, 为 $\vec{s} = \cos\theta\vec{i} + \sin\theta\vec{j}$; n 增加的方向与波向垂直, 为 $\vec{n} = -\sin\theta\vec{i} + \cos\theta\vec{j}$ 。

在求解式(1)所示的一类海波能谱传播方程式时, 常采用一种分段积分求解的方式^[3~5]。即先求解谱能传播:

$$(\vec{C}_g + \vec{U}) \cdot \nabla E(\vec{k}) = 0 \quad (5)$$

然后, 再求解谱能的局地增长:

$$\frac{\partial}{\partial t} E(\vec{k}) = SS(\vec{k}) \quad (6)$$

式(1)~式(4)清楚地表明了海波波能沿特征线传播的特征。因此, LAGFD-WAM 海浪模式采用了如下的计算格式框架: (1) 计算某网格点上传入特征线段起点的位置及起点传入波的波数; (2) 插值确定特征线段束起点上在 $t - \Delta t$ 时刻传入波的波数谱值; (3) 计算能量谱平衡方程中的诸源函数值和网格点上诸离散划分波数的波数谱值; (4) 根据计算所得到的波谱给出海波诸统计特征值。

在第一步计算中, 先计算出传入波的空间位置, 即:

$$x_0 = x - [C_g(k(\alpha))\cos\theta(\beta) + U_x]\Delta t \quad (7)$$

$$y_0 = y - [C_g(k(\alpha))\sin\theta(\beta) + U_y]\Delta t \quad (8)$$

然后计算传入波的波数和波向, 即:

$$k_0 = k(\alpha) + \left[\frac{\partial \sigma}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial s} + k(\alpha)\vec{s}(\beta) \cdot \frac{\partial \vec{U}}{\partial s} \right] \Delta t \quad (9)$$

$$\theta_0 = \theta(\beta) + \frac{1}{k(\alpha)} \left[\frac{\partial \sigma}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial n} + k(\alpha)\vec{s}(\beta) \cdot \frac{\partial \vec{U}}{\partial n} \right] \Delta t \quad (10)$$

式中, $k(\alpha)$ 为划分波数:

$$k(\alpha) = k_{\min} \exp[(\alpha - 1)\Delta k], \quad \alpha = 1, \dots, l + 1 \quad (11)$$

$$\Delta k \equiv \frac{1}{l} \ln \frac{k_{\max}}{k_{\min}} \quad (12)$$

式中, k_{\max} 和 k_{\min} 分别为最大和最小划分波数; $\theta(\beta)$ 为划分波向:

$$\theta(\beta) = (\beta - 1)\Delta\theta, \quad \beta = 1, \dots, m \quad (13)$$

$$\Delta\theta = \frac{2\pi}{m} \quad (14)$$

其谱能传播的计算过程为:

$$E_0(k_0, \theta_0, x_0, y_0, t - \Delta t) \Rightarrow E(k, \theta, x, y, t - \Delta t)$$

即:

$$E(k, \theta, x, y, t - \Delta t) = E_0(k_0, \theta_0, x_0, y_0, t - \Delta t) \quad (15)$$

$E_0(k, \theta, x, y, t - \Delta t)$ 采用两次双线性插值确定, 即:

$$E_0(k_0, \theta_0, x_0, y_0, t - \Delta t) = \sum_{\vec{X}_{01}}^{\vec{X}_{02}} \sum_{k_{01}}^{k_{02}} E_0(k, \theta, x, y, t - \Delta t) \varphi_k \varphi_{\vec{X}} \quad (16)$$

$$\varphi_k = \left| \frac{\vec{k} - \vec{k}_0}{\vec{k}_{02} - \vec{k}_{01}} \right|, \quad \vec{k} = \vec{k}_{01}, \vec{k}_{02} \quad (17)$$

$$\varphi_{\vec{X}} = \left| \frac{\vec{X} - \vec{X}_0}{\vec{X}_{02} - \vec{X}_{01}} \right|, \quad \vec{X} = \vec{X}_{01}, \vec{X}_{02} \quad (18)$$

在上述计算方案中, 对波向的计算存在较大的问题。例如, 当地形在各点的梯度均一样, 而风生波或传入波的波向与地形梯度方向垂直时, 与地形梯度平行和垂直的波向计算会出现与实际不符的情况。为说明问题, 不考虑背景流场的影响(或假设不存在背景流场)。第一种情况, 当划分波的波向沿地形梯度方向时, 由于 $\frac{\partial d}{\partial n} = 0$, 由式(10)可知, $\theta_0 = \theta(\beta)$, 表明传入波仍沿地形梯度方向, 因此无波能传入。事实上, 当传入波处的 $\left| \frac{1}{k} \left[\frac{\partial \sigma}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial n} \right]_0 \Delta t \right| \geq \frac{\pi}{2}$ 时, 波向将产生 90° 转向。第二种情况, 当划分波的波向与地形梯度方向垂直时, 只有计算所得的 $\left| \frac{1}{k(\alpha)} \left[\frac{\partial \sigma}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial n} \right] \Delta t \right| < \frac{\pi}{2}$, 才能得到合理的计算结果。事实上, 对于较小的 $k(\alpha)$ 或较大的 $\frac{\partial d}{\partial n}$, 均可以造成 $\left| \frac{1}{k(\alpha)} \left[\frac{\partial \sigma}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial n} \right] \Delta t \right| \geq \frac{\pi}{2}$, 而此时 \vec{X} 处具有 θ_0 波向的传入波是不可能传至 \vec{X} 处且具有 θ 波向。上述情况, 在实际计算中会造成 3 种结果: (1) 波浪不能迅速转向地形梯度方向传播; (2) 波能丢失、波高偏小; (3) 波向旋转(大于 180°)。

2 改进的特征线计算方案

为解决上述问题, 我们建议在特征线计算时, 采用一种新的计算方案。即采用如下的混合格式:

(1) 波能传播(传入波的空间位置)的确定仍采用式(7)和式(8)。

(2) 波数和波向传播采用:

$$k_1 = k(\alpha) - \left[\frac{\partial \sigma}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial s} + k(\alpha) \dot{s}(\beta) \cdot \frac{\partial \vec{U}}{\partial s} \right] \Delta t \quad (19)$$

$$\theta_1 = \theta(\beta) - \frac{1}{k(\alpha)} \left[\frac{\partial \sigma}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial n} + k(\alpha) \dot{s}(\beta) \cdot \frac{\partial \vec{U}}{\partial n} \right] \Delta t \quad (20)$$

当所计算的 θ_1 将从地形梯度方向(或负梯度方向)一侧绕过至另一侧时, θ_1 取为地形梯度方向(或负梯度方向)。

由式(7)、式(8)、式(19)和式(20)所表示的谱能传播的计算过程为:

$$E_0(k, \theta, x_0, y_0, t - \Delta t) \Rightarrow E(k_1, \theta_1, x, y, t - \Delta t)$$

即:

$$E(k_1, \theta_1, x, y, t - \Delta t) = E_0(k, \theta, x_0, y_0, t - \Delta t) \quad (21)$$

$E_0(k, \theta, x_0, y_0, t - \Delta t)$ 采用一次双线性插值确定, 即:

$$E_0(k, \theta, x_0, y_0, t - \Delta t) = \sum_{\vec{X}_{01}}^{\vec{X}_{02}} E_0(k, \theta, x, y, t - \Delta t) \varphi_{\vec{X}} \quad (22)$$

$$\varphi_{\vec{X}} = \left| \frac{\vec{X} - \vec{X}_0}{\vec{X}_{02} - \vec{X}_{01}} \right|, \quad \vec{X} = \vec{X}_{01}, \vec{X}_{02} \quad (23)$$

并由 $E(k_1, \theta_1, x, y, t - \Delta t)$ 采用能量劈分法获得 $E(k, \theta, x, y, t - \Delta t)$, 即:

$$E(k, \theta, x, y, t - \Delta t) = E(k_1, \theta_1, x, y, t - \Delta t) \varphi_{\vec{k}}, \quad \vec{k} = \vec{k}_{11}, \vec{k}_{12} \quad (24)$$

$$\varphi_{\vec{k}} = \left| \frac{\vec{k} - \vec{k}_1}{\vec{k}_{12} - \vec{k}_{11}} \right|, \quad \vec{k} = \vec{k}_{11}, \vec{k}_{12} \quad (25)$$

3 个例检验

为验证混合计算格式的合理性, 利用为期 3 个月(2005 年 10 月 1 日—12 月 31 日)的波浪浮标观测资料, 对 LAGFD-WAM 海浪数值模式进行了检验。观测波浪浮标为中国科学院海洋研究所研制的 SZF2-1 型波浪浮标。观测点地理坐标为 $29^{\circ}53'50.326''\text{N}, 122^{\circ}05'07.139''\text{E}$ 。

在进行数值模拟时, 计算区域分为大区和小区(见图 1 和图 2), 大区的计算区域为 $120^{\circ}56' \sim 123^{\circ}4' \text{E}$, $29^{\circ}36' \sim 31^{\circ}44' \text{N}$, 计算网格为 $4' \times 4'$; 小区的计算区域为 $121^{\circ}56' \sim 122^{\circ}20' \text{E}$, $29^{\circ}52' \sim 30^{\circ}08' \text{N}$, 计算网格为 $0.5' \times 0.5'$ 。图 3~图 5 给出了检验结果的时间序列图。

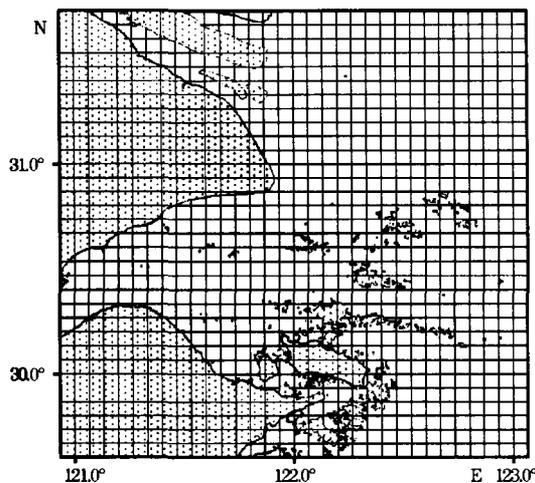


图 1 大区计算区域图

Fig. 1 Large computation area

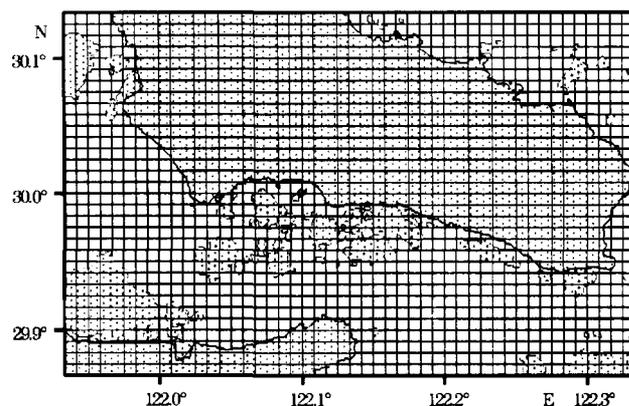


图 2 小区计算区域图

Fig. 2 Small computation area

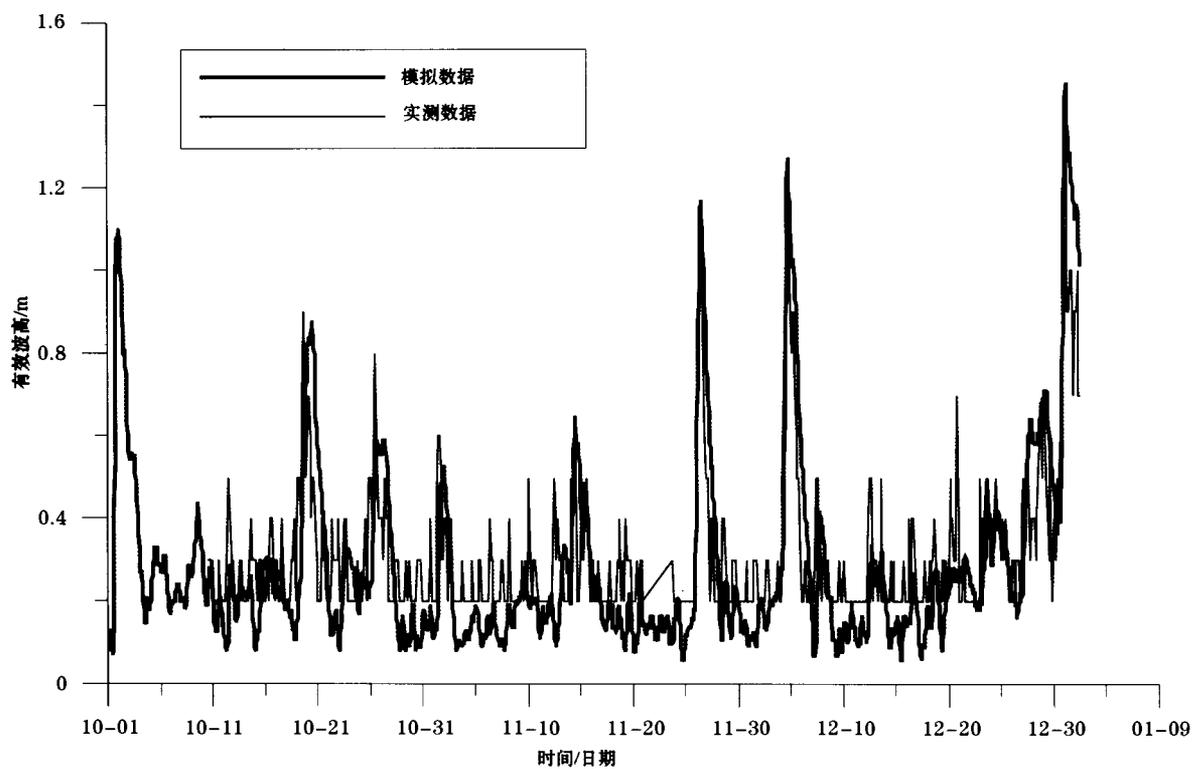


图 3 海浪有效波高数值模拟和观测结果比较

Fig. 3 Comparison between the numerically simulated and observed significant wave heights

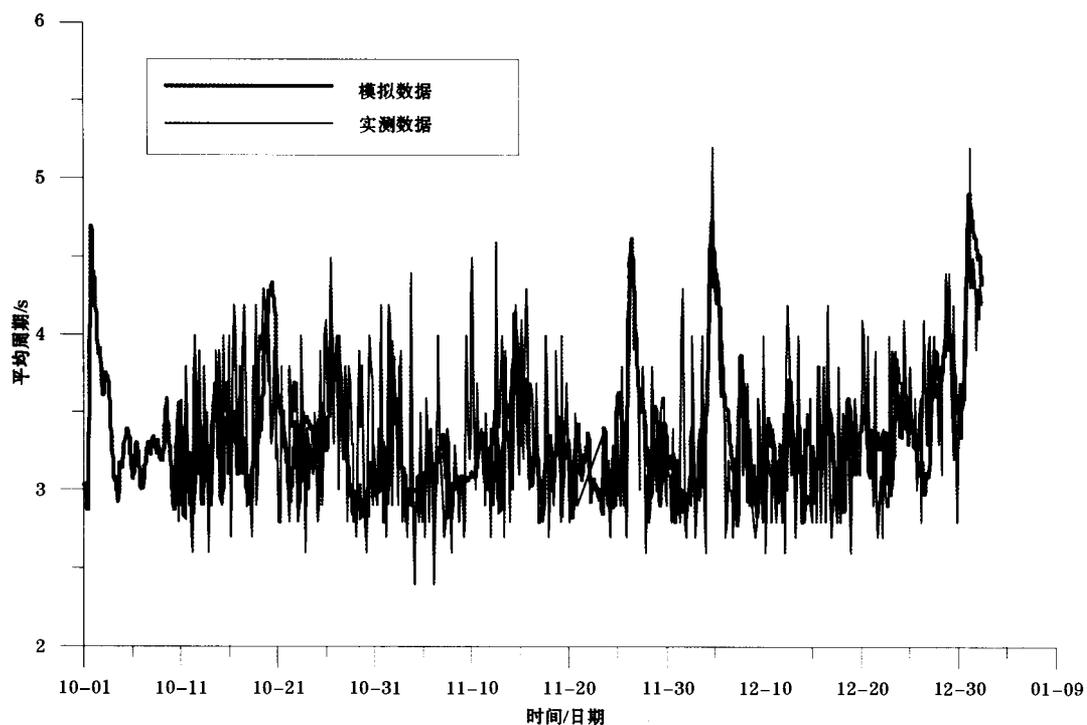


图 4 海浪平均周期数值模拟和观测结果比较图

Fig. 4 Comparison between the numerically simulated and observed mean wave periods

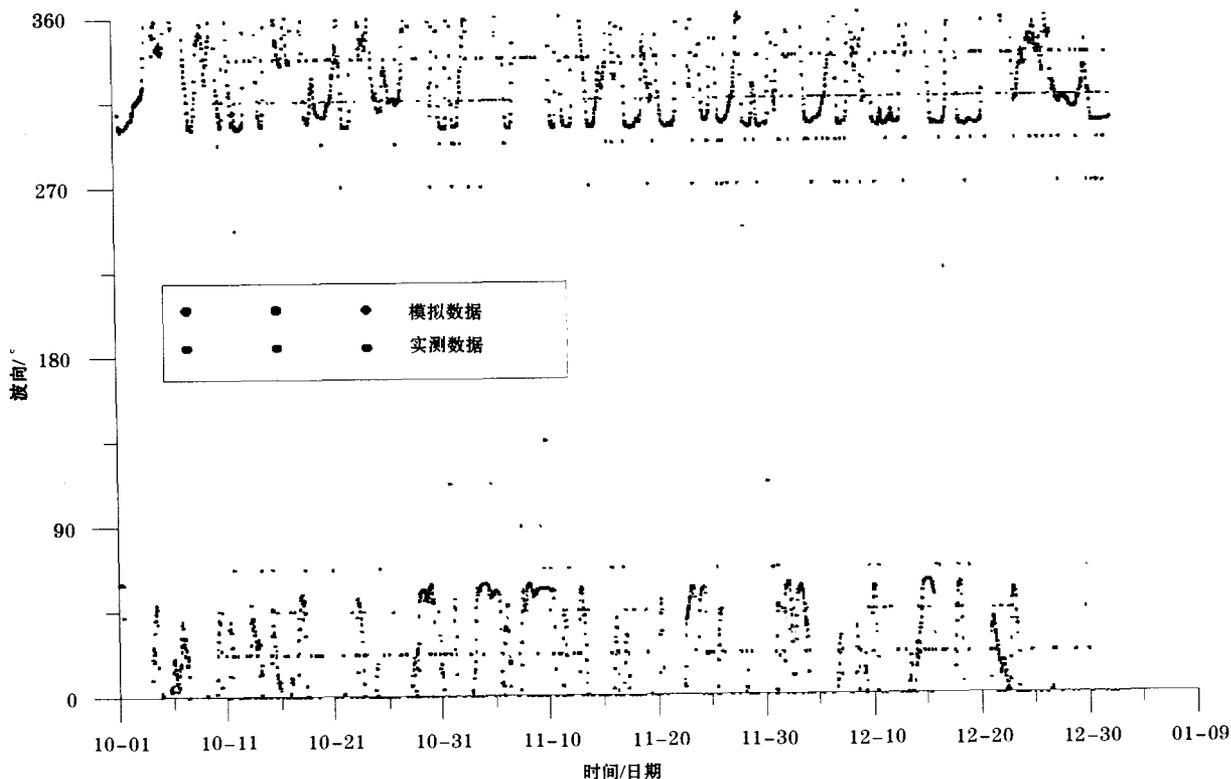


图 5 海浪平均波向数值模拟和观测结果比较图

Fig. 5 Comparison between the numerically simulated and observed mean wave directions

表 1 给出了模式检验期间大浪过程的误差分析,从表中可以看出,在大浪过程下,波高模拟值与观测值的平均绝对误差和相对误差分别为 0.10 m 和 12 %;周期模拟值与观测值的平均绝对误差和相对误差分别为 0.22 s 和 5 %;平均波向的绝对误差为 27.6°。

表 1 波高和周期的误差分析

Table 1 Error analysis of wave height and period

时 间	H_s/m				T_z/s				波向/°		
	模拟	观测	绝对误差	相对误差	模拟	观测	绝对误差	相对误差	模拟	观测	绝对误差
10月19日	0.88	0.9	0.02	0.02	4.34	4.3	0.04	0.01	306.4	315.0	8.6
10月26日	0.59	0.8	0.21	0.36	3.98	4.5	0.52	0.13	315.2	0.0	44.8
11月01日	0.53	0.6	0.07	0.13	3.95	4.2	0.25	0.06	301.1	292.5	8.6
11月14日	0.65	0.6	0.05	0.08	4.15	4.2	0.05	0.01	300.8	0.0	59.2
11月26日	1.17	1.0	0.17	0.15	4.63	4.6	0.03	0.01	302.9	292.5	10.4
12月04日	1.27	1.2	0.07	0.06	4.74	5.2	0.46	0.10	301.7	315.0	13.3
12月27日	0.64	0.6	0.04	0.06	3.90	4.0	0.1	0.03	315.5	0.0	44.5
12月31日	1.45	1.3	0.15	0.10	4.92	5.2	0.28	0.06	301.2	270.0	31.2
平均			0.10	0.12			0.22	0.05			27.6

图 6 和图 7 给出了有效波高 H_s 和平均周期 T 的检验结果的空间分布。

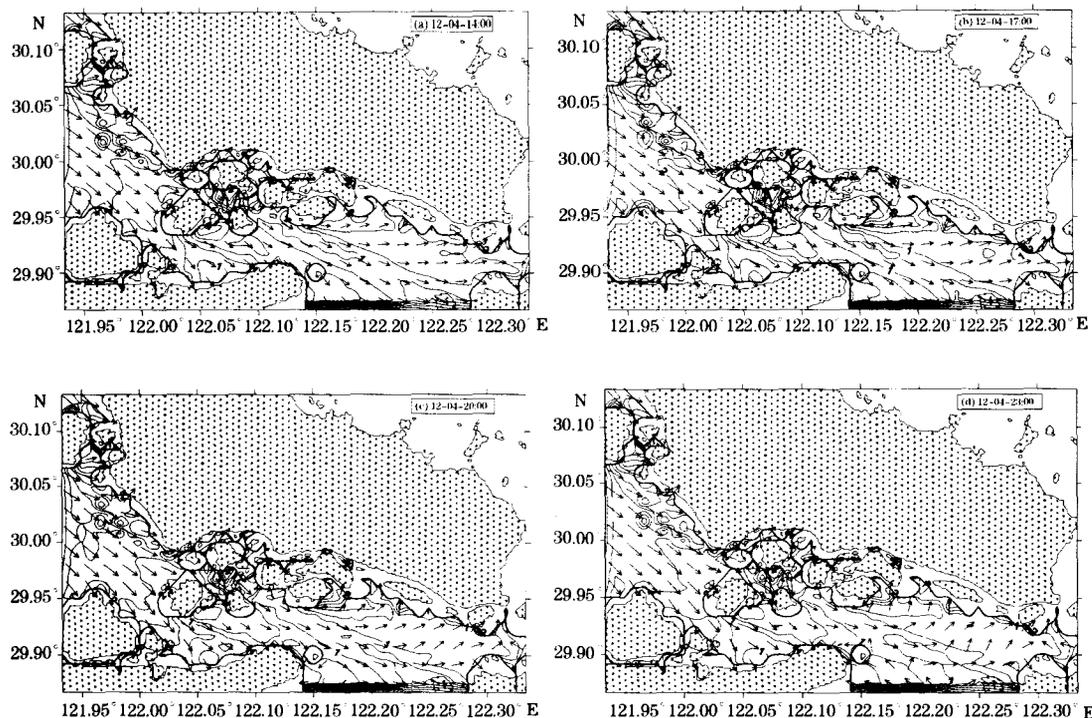


图 6 海浪特征波高全场分布图

Fig. 6 Contour map of significant wave height

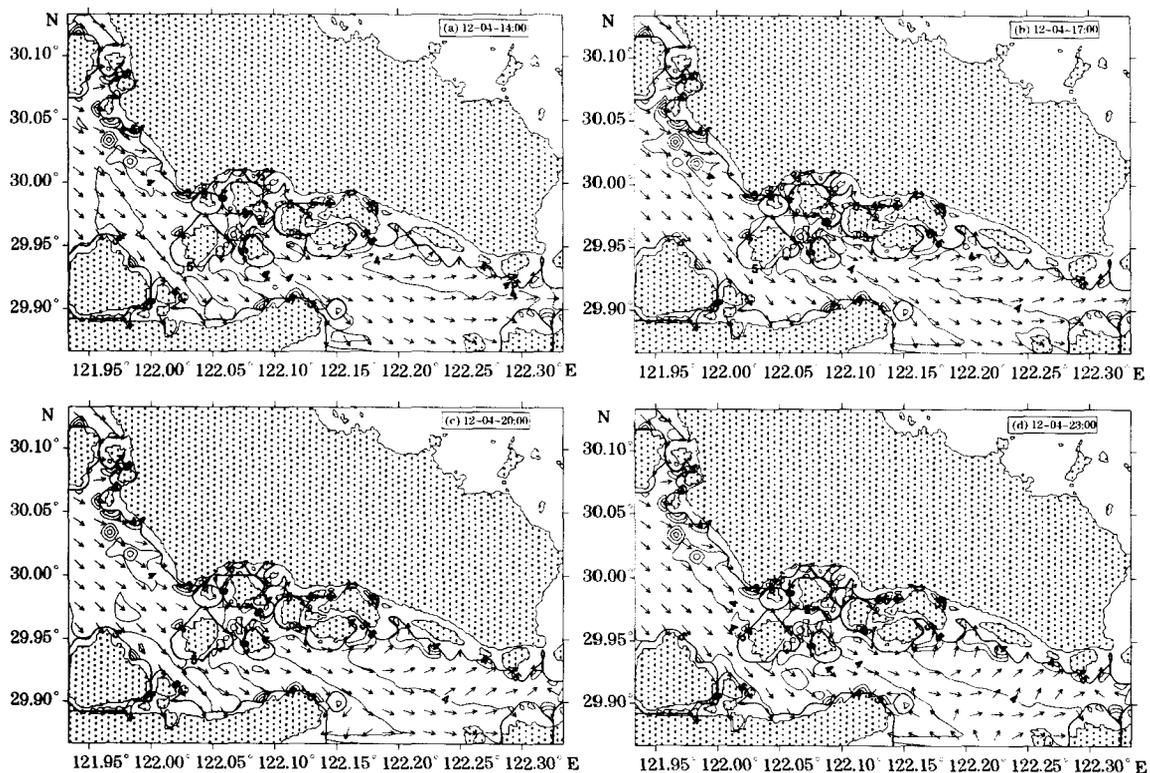


图 7 海浪平均周期全场分布图

Fig. 7 Contour map of mean wave period

从后报模拟检验的结果可以看出,采用特征线混合计算格式后 LAGFD-WAM 海浪数值模式能够较好地模拟对浅水海域的海浪进行数值模拟。

4 结论和讨论

本文所提出的特征线混合计算格式,有效地解决 LAGFD-WAM 海浪数值模式原特征线计算格式的缺陷。通过与实测资料的对比检验表明,

(1)本文所提出的计算格式能够合理地模拟波浪在浅水区域的传播、折射以及成长和消衰;

(2)LAGFD-WAM 海浪数值模式所采用的复杂特征线嵌入算法,能够适应深水和浅水的海浪数值模拟;

(3)在本文所进行的模拟中,未对同期的海流场进行数值模拟,因此没能反映出波流相互作用对波浪场的影响;如果考虑海流场可能会提高海浪的模拟效果。

致谢:本论文所采用的观测数据由上海东海海洋工程勘察设计研究院提供,特此表示衷心的感谢。

参考文献(References):

- [1] Yuan Y L, Hua F, Pan Z D, *et al.* LAGFD-WAM numerical wave model- I : Basic physical model[J]. *Acta Oceanologica Sinica*, 1991, **10**(4): 483-488.
- [2] Yuan Y L, Hua F, Pan Z D, *et al.* Dissipation source function and an improvement to LAGFD-WAM model[J]. *Acta Oceanologica Sinica*, 1992, **11**(4): 471-481.
- [3] Yuan Y L, Hua F, Pan Z D, *et al.* LAGFD-WAM numerical wave model- II ; Characteristics inlaid scheme and its application[J]. *Acta Oceanologica Sinica*, 1992, **11**(1): 13-23.
- [4] Pan Z D, Sun L T, Hua F, *et al.* LAGFD- II regional numerical wave model and its application- II , Characteristics inlaid computational schme[J]. *Oceanologica et Limnologia Sinica*, 1992, **23**(5): 459-467. 潘增弟,孙乐涛,华 锋,等. LAGFD- II 区域性海浪数值模式及其应用 II. 特征线嵌入网格计算方法[J]. 海洋与湖沼, 1992, **23**(5): 459-467.
- [5] The WAMDI Group. The WAM model—A third generation ocean wave prediction model[J]. *J. Phys. Oceanogr.*, **18**: 1775-1810.

Characteristics Computational Scheme of Numerical Wave Model Under Complex Topography Conditions

HUA Feng^{1,2,3,4}, WANG Dao-long^{3,4}, YUAN Ye-li^{3,4}, WANG Hai-yan^{3,4}

(1. *Institute of Oceanology, Chinese Academy of Sciences, Qingdao 266071, China;*

2. *Graduate School, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China;*

3. *First Institute of Oceanography, SOA, Qingdao 266061, China;*

4. *Key Lab of Marine Science and Numerical Modeling, SOA, Qingdao 266061, China)*

Abstract: The LAGFD-WAM numerical wave model is a third generation numerical wave model. In this model, the wave direction spectrum in wave number space is simulated by solving the wavenumber spectrum balance equation and taking into consideration the wind input, wave breaking dissipation, bottom friction dissipation, wave-wave interaction and wave-current interaction source functions, and the wave height, wave period and mean wave direction are then obtained. One of the significant features of this model is that the characteristics inlaid scheme is used to find the wave propagation solution. In simulating the wave in shallow water area, the rationality of numerical procedure with characteristics inlaid scheme will directly affect the numerically simulated results of wave. Therefore, a new mixed characteristics numerical computational scheme is proposed for the LAGFD-WAM numerical wave model and is applied in simulating the shallow water wave in this paper. It is shown from the computed results that the results simulated by using the new computational scheme are well consistent with the observed data.

Key words: numerical simulation; numerical wave model; characteristics; inlaid scheme

Received: December 21, 2004