改进小波阈值收缩法在去噪中的应用

陈 新, 冯其强, 李宗春

(解放军信息工程大学 测绘学院,河南 郑州 450052)

摘要:小波硬阈值法去噪是图像去噪的有效方法之一,但其产生的估计信号会有附加振荡。提出了一种基于 多项式拟合的方法,将阈值函数连接成为一连续函数,振荡现象得到了明显减弱,达到了较好的效果。

关键词:小波变换;多项式拟合;硬阈值

中图分类号: P733.22

文献标识码: B

文章编号: 1671-3044(2010)03-0065-02

1 引 言

图像在拍摄过程中会受到自然条件的影响,并且图像在传输过程中也会受到外界环境的影响,这会给图像带来噪声。噪声会给图像的后续处理带来不便,必须首先除去。小波变换去噪是同时基于时空域和频率的去噪方法,是比较成功的去噪方法之一。因为信号的能量在小波域集中在一些大的小波系数中,而噪声的能量却分布于整个小波域内,因此,经小波分解后,信号的小波系数幅值要大于噪声的系数幅值,因此可将小波系数小于阈值的全部变为0,再进行小波逆变换。采用小波阈值收缩去噪,关键在于阈值和阈值收缩函数的选取。

2 小波硬阈值收缩法的去噪原理

小波硬阈值收缩法去噪可分为三步进行。

- (1)计算含噪信号的小波变换。本文采用 D4 小波进行小波变换,其中尺度系数和小波系数共 N 个。
- (2)对小波系数进行非线性阈值处理。为保持信号的整体形状不变,保留所有的低频系数。取阈值人 $\lambda = \sigma \sqrt{2 \log N}$,对每个小波系数,采用硬阈值方法进行处理。硬阈值收缩函数:

$$\widetilde{w}_{j,k} = \begin{cases} w_{j,k} & (|w_{j,k}| \ge \lambda) \\ 0 & (|w_{j,k}| < \lambda) \end{cases}$$
 (1)

即,把含噪声信号的小波系数的绝对值与选定的阈值 λ 比较,小于等于阈值的点变为零,大于阈值的点保持不变。

(3)进行逆小波变换。由所有低频尺度系数, 以及经由阈值处理后的小波系数做逆小波变换进行 重构,得到恢复的原始信号的估值。

3 阈值收缩函数的选取

硬阈值函数在阈值边缘会产生振荡现象,这是由于硬阈值处理函数在阈值边缘处不连续引起的,不具有同原始信号一样的光滑性。所以本文考虑用曲线将硬阈值间断处的点连接起来,使新函数在边缘点的导数值为1,并且导数在向内收缩时快速变为0。

设在阈值之间的连接函数为:

$$f(x) = ax^{3} + bx^{2} + cx + d$$
 (2)
$$f'(x) = 3ax^{2} + 2bx + c$$

则:

将已知值代入得:

$$f(p) = ap^{3} + bp^{2} + cp + d = p$$

$$f(kp) = ak^{3}p^{3} + bk^{2}p^{2} + ckp + d = 0$$

$$f'(p) = 3ap^{2} + 2bp + c = 1$$

$$f'(kp) = 3ak^{2}p^{2} + 2bkp + c = 0$$
(3)

解得方程为:

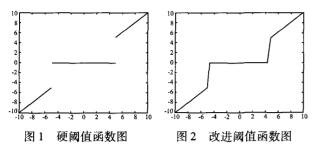
$$f(x) = \frac{1+k}{p^2 A} x^3 - \frac{1(k^2 + k + 1)}{pA} x^2 + \frac{k(k^2 + k + 4)}{A} x - \frac{2pk^2}{A}$$
(4)

式中, $A = k^3 - 3k^2 + 3k - 1$;k 为阈值收缩系数。

则改进后的阈值收缩函数为:

$$\widetilde{w}_{j,k} = \begin{cases} w_{j,k} & (|w_{j,k}| \ge \lambda) \\ f(\lambda) & (k\lambda \le w_{j,k} < \lambda) \\ -f(-\lambda) & (-\lambda \le w_{j,k} < -k\lambda) \\ 0 & (|w_{j,k}| < k\lambda) \end{cases}$$
(5)

以阈值 $\lambda = 5, k = 0.9$ 为例,硬阈值法与改进阈值法的函数图如图 1、图 2 所示。



由以上解算过程和图 1、2 可见,改进后的阈值函数连续并且在阈值点连接光滑。

4 去噪效果

以 INCA3 相机(相机参数如表 1 所示)拍的一幅照片为例,在其中加入 μ =0、 σ =0.001的高斯噪声,取其第 500 行的前 500 个像素的灰度值进行比较。

表 1 1NCA3 相机的相机参数

相机型号	分辨率	像素大小	X 方向	Y方向	视场角(水
	(像素)	(mm)	像素数	像素数	平、垂直)
INCA3	800 万	0.009	3500	2300	77 ,57

由图 3~5 可得:使用硬阈值法和改进阈值收缩 法都可以达到降低噪声的目的,改进阈值收缩法比 硬阈值法去噪效果更好,这是因为改进阈值法将间 断的收缩函数变为连续函数。

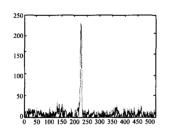
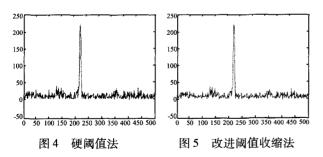


图 3 加入高斯噪声



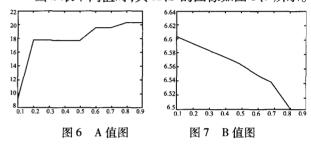
将硬阈值法与改进的阈值收缩法进行比较,如 表 2 所示。

其中 A: 阈值边缘降为 0 的小波系数逆变换后与其相邻的未被降为 0 的小波系数逆变换后的均方根误差。B: 去噪后图像与原始图像的灰度之差的均方根误差。

表 2 硬阈值法与改进阈值收缩法

去噪方法	A	В	
硬阈值法	21.8078	6. 37170	
改进(k=0.9)	20. 2909	6. 50062	
k = 0. 8	20. 2933	6. 50111	
k = 0. 7	19. 5457	6. 53807	
k=0.6	19. 5655	6. 54948	
k=0.5	17. 6471	6. 56402	
k = 0.4	17. 6657	6. 57508	
k = 0.3	17. 7808	6. 58424	
k = 0.2	17. 8056	6. 59391	
k=0.1	9. 23252	6.60342	

当 k 取不同值时,其 A、B 的图像如图 6、7 所示。



由表 2、图 4~7 可知,改进的阈值收缩法比硬 阈值法在阈值间断点的光滑度提高,但与原始图像 的灰度之差精度也有所降低,并且光滑度和精度随 着阈值收缩系数的不同而发生变化。

5 结束语

相对硬阈值法,本文提出的改进阈值收缩法使 得图像的平滑度得到改善,因为新的阈值收缩法收 缩函数由间断变为连续,部分地消除了振荡现象。 经改进阈值收缩法处理的图像与原始图像灰度比 较,精度有所降低,所以有必要根据实际情况在精 度、平滑度两个方面来选取阈值收缩系数,达到最好 的效果。

参考文献:

- [1] 孙延奎. 小波分析及其应用[M]. 北京: 机械工业出版 社,2005. 220~244.
- [2] 陆 斌,侯熙平,刘 波. 一种新的基于小波变换的图像去噪算法[J]. 微处理机,2007,12(6):70~72.
- [3] 王 新,朱高中. 一种新型小波阈值法在信号消噪中的应用研究[J]. 高电压技术,2008,34(2):342~345.
- [4] 《数学手册》编写组. 数学手册[M]. 北京:高等教育出版社,1977.
- [5] 冯文灏. V-STARS 型工业摄影测量系统介绍[J]. 测 绘信息与工程,2000,(4);42~47.

(下转第82页)

- crustal field models using spherical harmonic transforms [J]. Planetary Geodynamics, 2007.
- [4] 王小多,程顺有,许小强. 塔里木盆地高分辨率卫星磁 异常特征[J]. 地球物理学进展,2008,23(1):25~30.
- [5] Sabaka T J, Olsen N, Langel R A. A comprehensive model of the quit-time near Earth magnetic field; Phase 3 [J]. Geophys. J. Int., 2002, 151;32 ~ 68.
- [6] Bakus G E. Poloidal and toroidal field in geomagnetic field modeling [J]. Rev. Geophys., 1986,24:75 ~ 109.
- [7] 徐文耀. 地磁场的三维巡测和综合建模[J]. 地球物理 学进展,2007,22(4):1035~1039.
- [8] Maus S, Rother M, Hemant K, et al. Earth's lithospheric magnetic field determined to spherical harmonic degree 90 from CHAMP satellite measurements [J]. Geophys. J. Int., 2006, 164:319 ~ 330.

- [9] Maus S, Yin F, Rother M. Resolution of direction of oceanic magnetic lineations by the sixth-generation lithospheric magnetic field model from CHAMP satellite magnetic measurements [J]. Geochemistry Geophysics Geosystems, 2008, 9: Q07021, doi:10.1029/2008GC001949.
- [10] 王慧琳,陈 超,张昌达.最新的岩石圈磁场模型及中国磁异常特征的几点认识[J]. 地学前缘,2008,15 (3):64~71.
- [11] NOAA/NGDC Satellite and information Service [EB/OL]. http://www.ngdc.noaa.gov/geomag/geomagnetic field model at NGDC,2007.
- [12] Fairhead M S, Hernant D, Ravat K, et al. A near-surface geomagnetic field model to spherical harmonic degree 720 [J]. Eos Trans AGU, 2006, 87 (52): Fall Meet Suppl, Abstract GP42A-02.

The Research Evolution of International High-resolution Geomagnetic Models

HUANG Xiao-ying¹, BIAN Shao-feng^{1,2}

- (1. Institute of Navigation Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan, Hubei, 430033;
- 2. Institute of Geodesy and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei, 430077)

Abstract: In allusion to lithospheric magnetic field, a high-resolution geomagnetic model always exhaustively reflects the distribution of the geomagnetic field at geoid altitude, and it has a high resolution. This field is essential to resource exploration, geological structure, early-warning of earthquake and volcano, geomagnetic navigation. In this paper, some high-resolution geomagnetic models are briefly introduced. The NGDC-720 model is analyzed and compared with the low-order ones. The result shows that the NGDC-720 model has a higher precision. The author draws the three-weight anomaly maps in east-sea of China and adjacent areas with the above data. The results from the maps have more common with geological structure. Consequently, the more guarantee and communication are provided in correlative application scopes.

Key words: geomagnetic model; geomagnetic chart; magnetic anomaly; NGDC-720

(上接第66页)

Research on Ameliorative Wavelet Threshold Shrink Method to Remove Noise

CHEN Xin, FENG Qi-qiang, LI Zong-chun

(Institute of Surveying and Mapping, Information Engineering University, Zhengzhou, Henan, 450052)

Abstract: Wavelet solid threshold method is one of the effective methods to remove noise. However, theestimated signal which produces has addictive surge. This paper puts forward a new method based onmultinomial fit. This method puts threshold function together to get a continuous function. The experiment resultshows that the new method is a good method because of reducing the phenomena of surge.

Key words: wavelet transform; multinomial fit; solid threshold