

改进小波阈值收缩法在去噪中的应用

陈新,冯其强,李宗春

(解放军信息工程大学 测绘学院,河南 郑州 450052)

摘要:小波硬阈值法去噪是图像去噪的有效方法之一,但其产生的估计信号会有附加振荡。提出了一种基于多项式拟合的方法,将阈值函数连接成为一连续函数,振荡现象得到了明显减弱,达到了较好的效果。

关键词:小波变换;多项式拟合;硬阈值

中图分类号: P733.22

文献标识码: B

文章编号: 1671-3044(2010)03-0065-02

1 引言

图像在拍摄过程中会受到自然条件的影响,并且图像在传输过程中也会受到外界环境的影响,这会给图像带来噪声。噪声会给图像的后续处理带来不便,必须首先除去。小波变换去噪是同时基于时空域和频率的去噪方法,是比较成功的去噪方法之一。因为信号的能量在小波域集中在一些大的小波系数中,而噪声的能量却分布于整个小波域内,因此,经小波分解后,信号的小波系数幅值要大于噪声的系数幅值,因此可将小波系数小于阈值的全部变为0,再进行小波逆变换。采用小波阈值收缩去噪,关键在于阈值和阈值收缩函数的选取。

2 小波硬阈值收缩法的去噪原理

小波硬阈值收缩法去噪可分为三步进行。

(1)计算含噪信号的小波变换。本文采用D4小波进行小波变换,其中尺度系数和小波系数共 N 个。

(2)对小波系数进行非线性阈值处理。为保持信号的整体形状不变,保留所有的低频系数。取阈值 $\lambda = \sigma\sqrt{2\log N}$,对每个小波系数,采用硬阈值方法进行处理。硬阈值收缩函数:

$$\tilde{w}_{j,k} = \begin{cases} w_{j,k} & (|w_{j,k}| \geq \lambda) \\ 0 & (|w_{j,k}| < \lambda) \end{cases} \quad (1)$$

即,把含噪声信号的小波系数的绝对值与选定的阈值 λ 比较,小于等于阈值的点变为零,大于阈值的点保持不变。

(3)进行逆小波变换。由所有低频尺度系数,以及经由阈值处理后的小波系数做逆小波变换进行

重构,得到恢复的原始信号的估值。

3 阈值收缩函数的选取

硬阈值函数在阈值边缘会产生振荡现象,这是由于硬阈值处理函数在阈值边缘处不连续引起的,不具有同原始信号一样的光滑性。所以本文考虑用曲线将硬阈值间断处的点连接起来,使新函数在边缘点的导数值为1,并且导数在向内收缩时快速变为0。

设在阈值之间的连接函数为:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (2)$$

则: $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

将已知值代入得:

$$f(p) = ap^3 + bp^2 + cp + d = p$$

$$f(kp) = ak^3p^3 + bk^2p^2 + ckp + d = 0$$

$$f'(p) = 3ap^2 + 2bp + c = 1$$

$$f'(kp) = 3ak^2p^2 + 2bkp + c = 0 \quad (3)$$

解得方程为:

$$f(x) = \frac{1+k}{p^2A}x^3 - \frac{1(k^2+k+1)}{pA}x^2 + \frac{k(k^2+k+4)}{A}x - \frac{2pk^2}{A} \quad (4)$$

式中, $A = k^3 - 3k^2 + 3k - 1$; k 为阈值收缩系数。

则改进后的阈值收缩函数为:

$$\tilde{w}_{j,k} = \begin{cases} w_{j,k} & (|w_{j,k}| \geq \lambda) \\ f(\lambda) & (k\lambda \leq w_{j,k} < \lambda) \\ -f(-\lambda) & (-\lambda \leq w_{j,k} < -k\lambda) \\ 0 & (|w_{j,k}| < k\lambda) \end{cases} \quad (5)$$

以阈值 $\lambda = 5$, $k = 0.9$ 为例,硬阈值法与改进阈值法的函数图如图1、图2所示。

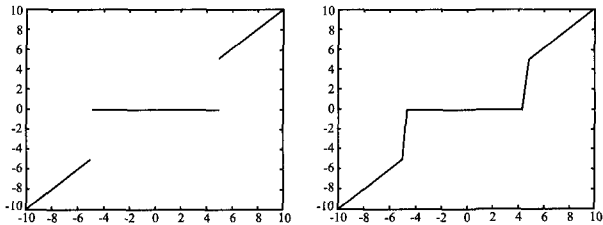


图1 硬阈值函数图

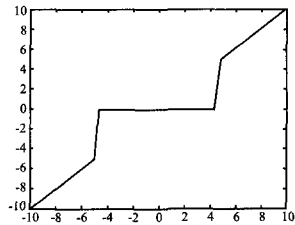


图2 改进阈值函数图

由以上解算过程和图1、2可见,改进后的阈值函数连续并且在阈值点连接光滑。

4 去噪效果

以 INCA3 相机(相机参数如表1所示)拍的一幅照片为例,在其中加入 $\mu=0$ 、 $\sigma=0.001$ 的高斯噪声,取其第500行的前500个像素的灰度值进行比较。

表1 1NCA3相机的相机参数

相机型号	分辨率(像素)	像素大小(mm)	X方向像素数	Y方向像素数	视场角(水平、垂直)
INCA3	800万	0.009	3500	2300	77、57

由图3~5可得:使用硬阈值法和改进阈值收缩法都可以达到降低噪声的目的,改进阈值收缩法比硬阈值法去噪效果更好,这是因为改进阈值法将间断的收缩函数变为连续函数。

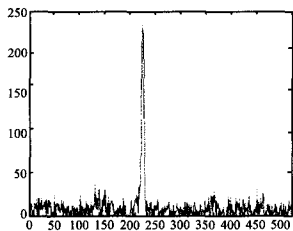


图3 加入高斯噪声

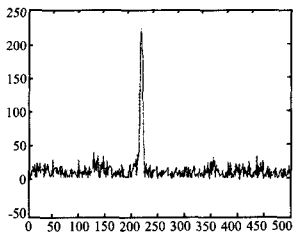


图4 硬阈值法

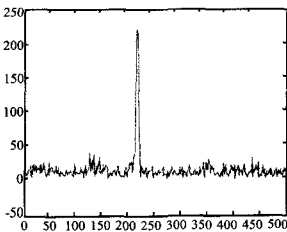


图5 改进阈值收缩法

将硬阈值法与改进的阈值收缩法进行比较,如表2所示。

其中A:阈值边缘降为0的小波系数逆变换后与其相邻的未被降为0的小波系数逆变换后的均方根误差。B:去噪后图像与原始图像的灰度之差的均方根误差。

表2 硬阈值法与改进阈值收缩法

去噪方法	A	B
硬阈值法	21.8078	6.37170
改进($k=0.9$)	20.2909	6.50062
$k=0.8$	20.2933	6.50111
$k=0.7$	19.5457	6.53807
$k=0.6$	19.5655	6.54948
$k=0.5$	17.6471	6.56402
$k=0.4$	17.6657	6.57508
$k=0.3$	17.7808	6.58424
$k=0.2$	17.8056	6.59391
$k=0.1$	9.23252	6.60342

当 k 取不同值时,其A、B的图像如图6、7所示。

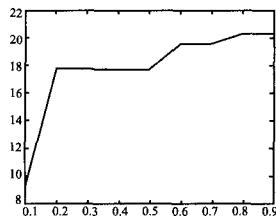


图6 A值图

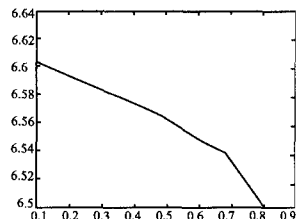


图7 B值图

由表2、图4~7可知,改进的阈值收缩法比硬阈值法在阈值间断点的光滑度提高,但与原始图像的灰度之差精度也有所降低,并且光滑度和精度随着阈值收缩系数的不同而发生变化。

5 结束语

相对硬阈值法,本文提出的改进阈值收缩法使得图像的平滑度得到改善,因为新的阈值收缩法收缩函数由间断变为连续,部分地消除了振荡现象。经改进阈值收缩法处理的图像与原始图像灰度比较,精度有所降低,所以有必要根据实际情况在精度、平滑度两个方面来选取阈值收缩系数,达到最好的效果。

参考文献:

- [1] 孙延奎.小波分析及其应用[M].北京:机械工业出版社,2005.220~244.
- [2] 陆 斌,侯熙平,刘 波.一种新的基于小波变换的图像去噪算法[J].微处理机,2007,12(6):70~72.
- [3] 王 新,朱高中.一种新型小波阈值法在信号消噪中的应用研究[J].高电压技术,2008,34(2):342~345.
- [4] 《数学手册》编写组.数学手册[M].北京:高等教育出版社,1977.
- [5] 冯文灏.V-STARS型工业摄影测量系统介绍[J].测绘信息与工程,2000,(4):42~47.

Key words: wavelet transform; multinomial fit; solid threshold