

陆坡附近锋面的稳定性

黄大吉 苏纪兰

(国家海洋局第二海洋研究所, 杭州)

摘 要

本文用二维的半地转模式研究了陆坡附近锋面(坡折锋、西边界锋)的稳定性及不稳定机制。指出: 锋面的稳定性与锋面结构有关, 下层厚度的增加使得 α_1 (扰动增长率)减小。对坡折锋地形变陡 α_1 略有所增, 这与Flagg和Beardsley的说法^[1]相反, 扰动为斜压不稳定。对上层位涡均匀的西边界锋, 其实际地形下的 α_1 只有平底时的1/7, 扰动为正压不稳定, 这与背景流场的强水平剪切有关。对于双曲正切结构锋, 得到了与实际相一致的相速($\sim 0.5\text{m/s}$), 扰动为斜压不稳定。圆顶结构锋的 α_1 及相速几乎不随波长而变, 扰动为斜压不稳定。

海洋锋是海洋中海水性质在水平方向发生急剧变化的狭窄过渡带, 常位于两水团的交界处。由于锋是局地动量及水文要素的强烈交换区, 故锋在水体的相互交换中起着重要作用; 锋波尤其是它的不稳定成长是促使水体交换的重要机制之一。

所谓锋波是发生在锋面上的一种长周期水平波动, 锋波的产生与沿锋向流的强截锋向水平剪切有关。锋面的稳定性常是通过讨论锋波成长特性的探讨来得到^[1, 2]。用约化重力模式来研究锋面的稳定性, 虽然能说明一些问题, 但由于忽略了下层水体的作用, 而有很大的局限性^[3]。从原始方程出发能克服上面方法考虑因素少的缺陷^[4, 5]。

如上所述, 用原始方程来研究锋面的稳定性, 其相应的锋波波速方程求解较难。一种近似方法是从半地转方程出发来探讨锋面的稳定性。半地转方程介于准地转方程与原始方程之间, 与准地转方程相比, 由于它包含位温、位涡的非地转平流项, 故能研究准地转方程无法描述的诸如锋、射流等有大涡度但小加速度现象^[6]。对稳定性问题, 除了小尺度的Rayleigh及Kelvin-Helmholtz不稳定外, 半地转方程能揭示其他不稳定机制^[7]。

本文用二维的半地转模式, 对陆坡附近锋面(坡折锋、西边界锋)稳定性进行了研究, 发现锋面的稳定性与锋面结构有关, 锋的结构不同, 其不稳定机制也不同。

一、模式的建立

(一) 模式的选取

本文考虑陆坡附近四种锋面的稳定性。首先考虑坡折锋, 用从海底向外海上倾至海面

本文于1989年4月28日收到, 修改稿于1989年11月5日收到。

的锋结构来研究其稳定性。其次我们将研究三种西边界锋的稳定性: 其一是沿用传统的关于西边界流上层位涡均匀的假定^[8]; 其二是用反映西边界流单峰结构的双曲正切结构锋; 最后, 西边界锋上的扰动会因锋面的不稳定而成长, 以致产生卷曲, 出现圆顶结构锋; 这种锋结构在台湾东北的陆坡地带在夏季似乎始终存在^[9], 其长度约为100—250km, 因此, 本文对此种锋面的稳定性也作一探讨。

为了简化问题, 假定地形及初始的定态锋结构皆为二维。用较复杂的圆顶结构锋来推导模式方程, 坡折锋和其他西边界锋可看作其特例。理想的圆顶结构锋如图1, 把海区划分为三个区域并选取坐标如图。假定三个区域的水体都是无粘、不可压、均匀的包辛内斯克流体, 各层的流速都与 z 无关, 各背景场不随 y 变化, 刚盖近似成立, 科氏参数 f 为常数。

我们针对区域II作详细讨论, 区域I和III的讨论完全类似。控制方程为:

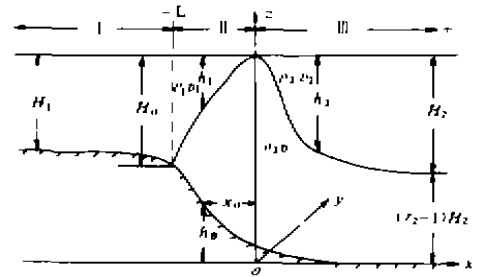


图1 锋面模式结构及坐标

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_j \cdot \nabla \right) \vec{v}_j + f \vec{k} \times \vec{v}_j = -\frac{1}{\rho_j} \nabla p_j, \quad j=1, 3 \quad (1)$$

$$h_{1,t} + (h_1 u_1)_x + (h_1 v_1)_y = 0, \quad (2)$$

$$-h_{1,t} - [(r_2 - h_1 - h_B) u_3]_x + [(r_2 - h_1 - h_B) v_3]_y = 0, \quad (3)$$

$$p_3 = p_1 - (\rho_3 - \rho_1) g h_1. \quad (4)$$

其中, $\vec{v}_j, \nabla$ 分别为水平流速和水平梯度算子, p_1, p_3 分别为 $z = r_2 H_2$ 与 $z = r_2 H_1 - H_0$ 深度上的压力。

(二) 方程的无量纲化

令 $L, \lambda, H_2, T, U, \bar{\rho} f L U$ 分别为 x, y, z, t, v, p 的特征量; 其中 L 是锋区的特征宽度, λ 是 y 方向上的波长, H_2 是区域III的上层厚度, T 为波动周期, U 为 y 方向的特征速度。这里取波动周期为数天, $L \sim O(50 \text{ km})$, $\lambda \sim O(100 \text{ km})$, $U \sim O(1 \text{ m/s})$ 。若令 $k = 1/\lambda$, 则有 $kU \sim O(10^{-5}) \sim T^{-1}$, 故我们取 $T = (kU)^{-1}$ 。由控制方程得无量纲方程 (为简便见, 无量纲量的符号与有量纲量相同) 为:

运动方程:

$$u_j = -p_{j,y} - \frac{R_0}{kL} \frac{D}{Dt} v_j, \quad (5)$$

$$v_j = p_{j,x} + kLR_0 \frac{D}{Dt} u_j, \quad (6)$$

其中, $R_0 = kU/f$, $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_j \frac{\partial}{\partial x} + v_j \frac{\partial}{\partial y}$ 。由式(5)和(6)得

$$u_j = -p_{j,y} - \frac{R_0}{kL} \frac{D}{Dt} p_{j,x} - R_0^2 \frac{D^2}{Dt^2} u_j, \quad (7)$$

$$v_j = p_{j,x} - kLR_0 \frac{D}{Dt} p_{j,y} - R_0^2 \frac{D^2}{Dt^2} v_j. \quad (8)$$

取 30°N 纬度, 得 $R_0 \sim 1 / (7 \times 10^5 \times 10^{-5}) \sim 1/7$, 而 $kL \sim O(1)$; 因而在式 (7), (8) 中可略去 $O(R_0^2)$ 项, 从而得到所谓的半地转方程

$$u_j = -p_{j,y} - \frac{R_0}{kL} \frac{D}{Dt} p_{j,x}, \quad (9)$$

$$v_j = p_{j,x} - kLR_0 \frac{D}{Dt} p_{j,y}. \quad (10)$$

方程 (9) 和 (10) 首先由 Eliassen (1948) 得到. 至今半地转方程已在大气和海洋的研究中得到了广泛的应用 [1, 6, 7].

连续方程的形式不变. 压力关系式为:

$$h_1 = RF_1 (\rho_1 - \rho_3), \quad (11)$$

其中, $F_1 = f^2 L^2 / (g'_1 H_2)$, $R = R_0 / (kL)$.

(三) 特征方程的导出

考虑迭加在背景场上的小扰动. 假定每层水体有沿等深线的均匀定常背景流动: $\bar{v}_j = \bar{v}_j(x)$, $\bar{u}_j = 0$, $\bar{p}_j = \bar{p}_j(x)$, $\bar{h}_j = \bar{h}_j(x)$; 背景流场是自动满足控制方程的. 由运动方程和压力关系式得背景密度交界面的形态为:

$$\frac{d\bar{h}_1}{dx} = RF_1 (\bar{\rho}_1 - \bar{\rho}_3). \quad (12)$$

设

$$(u_j, v_j, p_j, h_j) = (\bar{u}_j, \bar{v}_j, \bar{p}_j, \bar{h}_j) + (\hat{u}_j, \hat{v}_j, \hat{p}_j, \hat{h}_j), \quad (13)$$

其中, 带头标 “ $\hat{}$ ” 量为小扰动量. 将式 (13) 代入无量纲控制方程, 得线性化的小扰动方程为:

$$\hat{u}_j = \left[\hat{p}_{j,y} - R \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{v}_j \frac{\partial}{\partial y} \right) \hat{p}_{j,x} \right] / (1 + R\bar{v}_{j,x}), \quad (14)$$

$$\hat{v}_j = \hat{p}_{j,x} - k^2 L^2 R \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{v}_j \frac{\partial}{\partial y} \right) \hat{p}_{j,y}, \quad (15)$$

$$\hat{h}_{1,1} + \bar{h}_1 \hat{v}_{1,y} + \bar{v}_1 \hat{h}_{1,y} + (\bar{h}_1 \bar{u}_1)_x = 0, \quad -1 < x < 0 \quad (16)$$

$$-\hat{h}_{1,1} + (r_2 - \bar{h}_1 - h_B) \hat{v}_{3,y} - \hat{h}_{1,y} \bar{v}_3 + [(r_2 - \bar{h}_1 - h_B) \hat{u}_3]_x = 0, \quad (17)$$

$$\hat{h}_1 = RF_1 (\hat{\rho}_1 - \hat{\rho}_3). \quad (18)$$

设波动解的形式为:

$$(\hat{u}_j, \hat{v}_j, \hat{p}_j, \hat{h}_j) = (\tilde{u}_j, \tilde{v}_j, \tilde{p}_j, \tilde{h}_j) e^{i(y - ct)}. \quad (19)$$

其中, c 为复数, $c = c_r + ic_i$; $c_i > 0$ 表示扰动为不稳定增长. 为讨论方便, 令 a_i 为 c_i 系列中的最大值, a_r 为与 a_i 相应的 c_r 值. 将式 (19) 代入扰动方程 (14) — (18) 并进行适当

运算, 得特征方程 (为简略起见, 省去头标 “~”)

$$p_{1xx} - \left(-\frac{\bar{h}_{1x}}{\bar{h}_1} + \frac{R\bar{v}_{1xx}}{1 + R\bar{v}_{1x}} \right) p_{1x} - \left[k^2 L^2 (1 + R\bar{v}_{1x}) - \frac{\bar{h}_{1x}}{R\bar{h}_1 (\bar{v}_1 - c)} + \frac{\bar{v}_{1xx}}{(1 + R\bar{v}_{1x})(\bar{v}_1 - c)} \right] p_1 - \frac{F_1}{\bar{h}_1} (1 + R\bar{v}_{1x})(p_1 - p_3) = 0, \quad (20)$$

$$p_{3xx} - \left[-\frac{(r_2 - \bar{h}_1 - h_B)_x}{(r_2 - \bar{h}_1 - h_B)} + \frac{R\bar{v}_{3xx}}{1 + R\bar{v}_3} \right] p_{3x} - \left[k^2 L^2 (1 + R\bar{v}_{3x}) - \frac{(r_2 - \bar{h}_1 - h_B)_x}{R(r_2 - \bar{h}_1 - h_B)(\bar{v}_3 - c)} + \frac{\bar{v}_{3xx}}{(1 + R\bar{v}_3)(\bar{v}_{3x} - c)} \right] p_3 + \frac{F_1}{r_2 - \bar{h}_1 - h_B} \times (1 + R\bar{v}_{3x})(p_1 - p_3) = 0, \quad -1 < x < 0, \quad (21)$$

同理, 对区域 I 和 III 也有类似方程. 解的边界条件为: 在 $x \rightarrow \pm \infty$ 处, 扰动消失; p_1 在 $x = -1$ 处连续, p_3 、 u_3 在 $x = 0$ 处连续; p_1 、 p_2 在 $x = 0$ 处正则, p_3 在 $x = -1$ 处正则. 正则条件要求 p_j 及其导数在锋面与顶及底的交界处有界, 这一条件可由交点处锋面的垂向速度等于底或顶处的垂向速度来得到. 对半无界区域可通过适当交换, 将其变换到有界区域上来求解.

由齐次方程及其边界条件组成了关于波速 c 的特征问题. 这里参照 Duffy 的做法^[7], 将微分方程离散化, 使之成为矩阵特征问题. 然后通过一系列求解步骤^[11] 求得所有特征值和特征向量. 求解时, 网格点由粗至细直到特征值的变化在 10% 以内.

(四) 不稳定能量转换机制

不稳定现象是平均场向波状扰动输送能量的现象. 通过分析平均场与扰动场间的能量转换关系, 可以研究产生不稳定的机制. 扰动发展的能量来自于平均场的动能, 为正压不稳定; 而扰动发展的能量来自于平均场的势能, 则为斜压不稳定; 若扰动发展的能量同时来自于平均场的动能和势能, 则是正压、斜压混合不稳定.

下面仍以区域 II 为例进行讨论. 由控制方程得到单位水柱内扰动能量增加关系式

$$\begin{aligned} (K_E + K_P + K_I)_t = & - \left[\frac{1}{2} R \bar{h}_1 \bar{v}_1 (p_{1x}^2 + k^2 L^2 p_{1y}^2) + \frac{1}{2} R (r_2 - \bar{h}_1 - h_B) \bar{v}_3 (p_{3x}^2 + k^2 L^2 p_{3y}^2) \right. \\ & + \bar{h}_1 v_1 p_1 + (r_2 - \bar{h}_1 - h_B) v_3 p_3 \Big]_y + (\bar{v}_3 h_1 p_3 - \bar{v}_1 h_1 p_1 \\ & - R \bar{v}_1^2 h_1 p_{1x} + R \bar{v}_3^2 h_1 p_{3x})_y - \left[\bar{h}_1 (1 + R \bar{v}_{1x}) u_1 p_1 + (r_2 - \bar{h}_1 - h_B) \right. \\ & \times (1 + R \bar{v}_{3x}) u_3 p_3 \Big]_x - [\bar{v}_1 (1 + R \bar{v}_{1x}) u_1 h_1 \\ & - \bar{v}_3 (1 + R \bar{v}_{3x}) u_3 h_1] + R \left[p_1 (\bar{h}_1 u_1 \bar{v}_{1x})_x \right. \\ & \left. + p_3 (r_2 - \bar{h}_1 - h_B) u_3 \bar{v}_{3x} \right] - R [\bar{v}_1 w_1 p_{1x} - \bar{v}_3 w_3 p_{3x}] \end{aligned}$$

$$+ (\bar{v}_1 u_1 p_{1x} - \bar{v}_3 u_3 p_{3x}) \frac{d\bar{h}_1}{dx} \Big], \quad (22)$$

式中, K_E 为扰动动能; K_P 为扰动势能; K_I 是由于水体间相互入侵引起的, Orlandi 称 K_I 为相互作用动能 (interaction kinetic energy)^[2]. 对区域 I、II 也有类似于式 (22) 的关系式. 对扰动的能量关系式作积分运算 $\int_{-\infty}^{\infty} \int_0^1 dy dx$ 得

$$\left[\int_{a_1} (K_E + K_P + K_I) da_1 + \int_{a_2} (K_E + K_P + K_I) da_2 + \int_{a_3} (K_E + K_P + K_I) da_3 \right] \\ = W_1 + W_2. \quad (23)$$

式中, a_1 、 a_2 、 a_3 分别是区域 I、II、III 的积分区域,

$$W_1 = \int_{a_2} [\bar{v}_3 u_3 (1 + R\bar{v}_{3x}) - \bar{v}_1 u_1 (1 + R\bar{v}_{1x})] h_1 da_2 \\ + \int_{a_3} [\bar{v}_3 u_3 (1 + R\bar{v}_{3x}) - \bar{v}_2 u_2 (1 + R\bar{v}_{2x})] h_2 da_3, \quad (24)$$

$$W_2 = R \int_{a_1} p_1 [(r_2 - \bar{h}_1 - h_B) u_1 \bar{v}_{1x}] da_1 + R \int_{a_2} \left\{ p_1 (\bar{h}_1 u_1 \bar{v}_{1x})_x \right. \\ + p_3 [(r_2 - \bar{h}_1 - h_B) u_3 \bar{v}_{3x}]_x \Big\} da_2 + R \int_{a_3} \left\{ p_2 (\bar{h}_2 u_2 \bar{v}_{2x})_x \right. \\ + p_3 [(r_2 - \bar{h}_2 - h_B) u_3 \bar{v}_{3x}]_x \Big\} da_3 + R \int_{a_1} [\bar{v}_3 w_3 p_{3x} - \bar{v}_1 w_1 p_{1x} \\ + (\bar{v}_3 u_3 p_{3x} - \bar{v}_1 u_1 p_{1x}) \frac{d\bar{h}_1}{dx}] da_2 + R \int_{a_3} [\bar{v}_3 w_3 p_{3x} - \bar{v}_2 w_2 p_{2x} \\ + (\bar{v}_3 u_3 p_{3x} - \bar{v}_2 u_2 p_{2x}) \frac{d\bar{h}_2}{dx}] da_3. \quad (25)$$

这里, W_1 表示扰动与平均场势能间的能量转换量, $W_1 > 0$ 表示扰动从平均场的势能中吸取能量, 即是斜压不稳定; W_2 反映扰动与平均场动能间的能量转换关系, $W_2 > 0$ 表示扰动从平均场的动能中吸取能量, 扰动为正压不稳定. 因此根据 W_1 、 W_2 的符号, 可以确定扰动的不稳定机制. 而比值 W ($= |W_1/W_2|$) 则反映了斜压、正压所起作用大小.

(五) 背景场的选取

我们取具有双曲正切形态的底形:

$$h_B(x) = \frac{1}{2} (r_2 - r_1) \{ 1 - \tanh[\beta L(x - x_0)] \} \quad (26)$$

以便在讨论中有一个关于 h_B 和 h_{Bx} 的解析表达式. 在式 (26) 中, $r_1 = H_1/H_2$; β 正比于最大地形坡度 a , 且 $\beta = 2a/(r_2 H_2 - H_1)$. 虽然对任意的背景流场都可进行讨论, 但我们的目的是探讨锋波现象. 故取简单而又能反映实际的背景流场: 区域 I 中无锋面, 因而取该区中的流速 $\bar{v}_1 = 0$; 区域 II、III 的下层流速很小, 因此取 $\bar{v}_3 = 0$. 而其上层的流场则必须

与给定的锋结构相匹配, 不同流场具有不同的锋结构, 反之亦然。我们将在本文下面的计算结果部分给出各种类型锋的结构及其背景流场。

二、结果与讨论

(一) 坡折锋

考虑位于倾斜地形上的坡折锋 (图 2), 这是区域Ⅲ无锋面的特殊情形。为简单起见, 取区域Ⅰ、Ⅲ为平底, 区域Ⅱ的地形为线性变化, 其上层背景流速为常量。

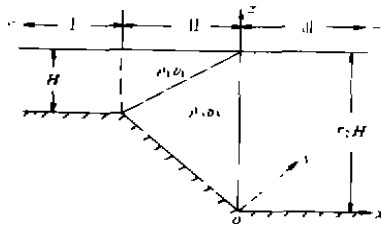


图2 坡折锋模式结构

为了检验我们的模式, 取文献 [1] 中相同的一组参数 $R = 0.02$, $F_1 = 50$, $R_0 = 0.1$, 计算得 a_i 及 a_r 与下层厚度 r_2 的关系 (图 3)。从图中可见, a_i 随 r_2 的增大而迅速下降; 当 $r_2 = 9$ 时, a_i 只有平底时的 $1/10$ 。 a_r 在 $1 \sim r_2 \sim 3$ 时下降最快。图 4 是 Flagg 与 Beardsley 所得的特征量虚部值 $|\tau_i|$ 与地形坡度参数 R' 的关系。图中每一条实线对应于一个特定特征值的虚部, 虚线为实线的包络线, 点划线为本文的结果。其中的 τ_i 与 c_i 有关系式 $\tau_i = 2c_i$, 而 $R' = r_2 - 1$ 。可见本文的结果与他们的包络线是一致的, 微小的差异是由于所取的地形不同所致, 他们用的是两端抛物型、中间线性的地形, 而我们用的则是图 2 所示的地

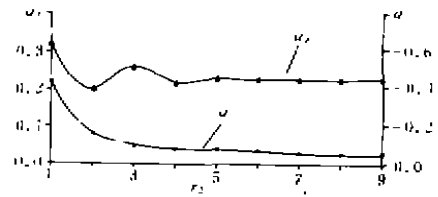


图3 坡折锋 a_i 、 a_r 与下层厚度 r_2 的关系

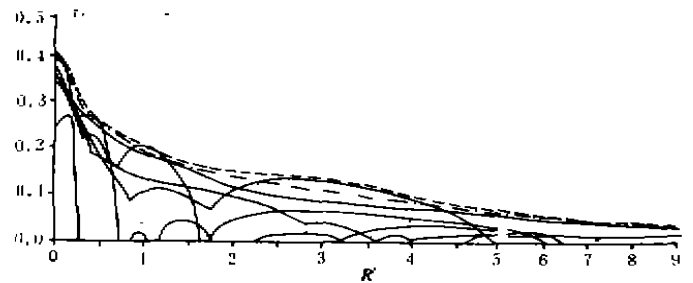


图4 特征值的虚部 $|\tau_i|$ 与地形坡度参数 R' 的关系

引自文献 [1] 中的图 7

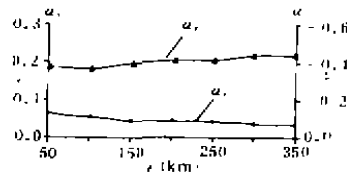


图5 坡折锋 a_i 、 a_r 与 λ 的关系 ($r_2 = 4$)

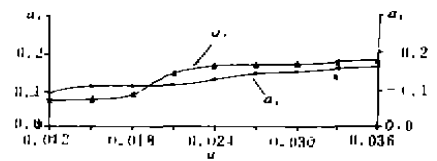


图6 坡折锋 a_i 、 a_r 与 α 的关系 ($r_2 = 4$)

形, 图5是坡折锋 a_i 、 a_r 与波长的关系, 由此可见 a_i 、 a_r 随波长的变化不大。

因为锋面正好位于倾斜地形上方, 故下层厚度的增加与地形变陡是等价的。Flagg与Beardsley认为是地形坡度的增加使得扰动生长率减小, 我们以为这种说法并不确切, 锋面扰动生长率的下降实际上是因为下层厚度的增加, 而不是地形变陡。为了说明问题, 考虑下层厚度保持不变时, 地形坡度 α 对锋面稳定性的作用。取 $r_2 = 4$, $R = 0.02$, $F_1 = 50$, $R_0 = 0.1$, 计算得 a_i 、 a_r 与 α 的关系如图6, 由此可见, 在下层厚度保持不变的情况下, 扰动生长率随 α 的增加不是减小而是有所增大, 由于 a_r 为负值, 故锋波顺流传播(反 y 方向), 由计算得到的能量转换关系表明, 扰动是斜压不稳定($W_1 > 0$), 正压稳定($W_2 < 0$), 但 $W > 1$; 因此, 从总体来说仍是不稳定的, 这与 $a_i > 0$ 相一致。

(二) 位涡均匀分布的西边界锋

实测的西边界流速分布如图7^[12], 可以看出其相对涡度在离岸向先正后负, 位涡在离岸向先骤减, 然后减小很缓, 基本均匀。人们讨论西边界锋时, 往往假定上层位涡分布均匀, 这种假定相当于忽略陆架侧的流动, 并且能得到简单的锋面结构和流场分布。我们研究位涡均匀的西边界锋稳定性, 目的是检验半地转方程的适用性, 并探讨地形对西边锋稳定性的作用。由于上层位涡均匀, 所以有 $\bar{h}_2(x) = 1 - e^{-x}$, $\bar{v}_2(x) = e^{-x}$ 。Killworth等利用二层模式对图8所示的西边界锋的稳定性与下层厚度的关系进行了详细的研究, 指出下层厚度的增加使得扰动生长率减小。

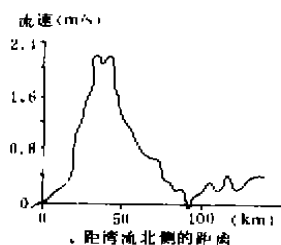


图7 实测的西边界流场

引自文献[12]

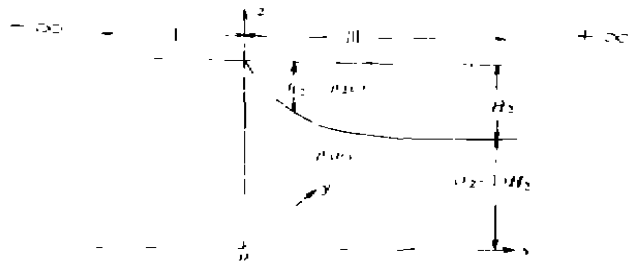
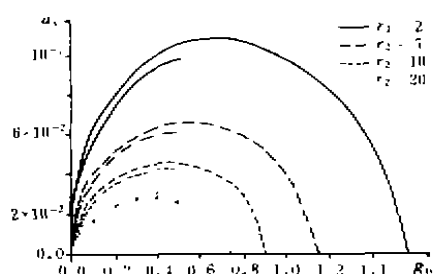


图8 上层位涡均匀的西边界锋

图8是区域II无锋面且平底的特例。这里用Killworth等相同的参数对上层位涡均匀的情形进行了计算。所得的结果如图9中的短线, 可见, 在 $R_0 \leq 0.4$ 时, 由半地转方程所得的结果与线性精确解是很接近的。

为了研究地形对锋面稳定性的作用考虑图10所示的情形。取 $H_1 = 100\text{m}$, $H_2 = 500\text{m}$, $r_2 = 5$ (所取参数与湾流锋较接近), 当 $\alpha = 0.02$ 时, x_0 值由给定 $H_0 = 200\text{m}$ 来确定, 考虑到当 α 很小时, 由 $H_0 = 200\text{m}$ 确定的 x_0 值较大, 此时锋面可能会与海底相交, 为此, 当 $\alpha \leq 0.02$ 时, 取 $x_0 = 2.5$, 计算得 a_i 、 a_r 与波长的关系如图11。可见扰动生长率随波长增大而迅速减小, 即长波比短波稳定; 相速 a_r (其有量纲值为 $a/U\text{m/s}$) 也随波长的增大而减小; 由于 a_r 值很小, 故扰动以很小的相速向下游传播, 这与观测到的锋波相速值 ($\sim 0.5\text{m/s}$) 相差很大, 可能是所取的锋结构不太符合实际所致。图12是 a_i 、 a_r 与 α 的关系, 由于地形的作用,

图9 a_i 与 R_0 及 r_2 的关系

连线引自文献 [3], 短线为本文结果

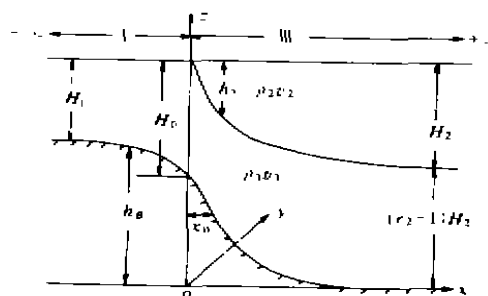
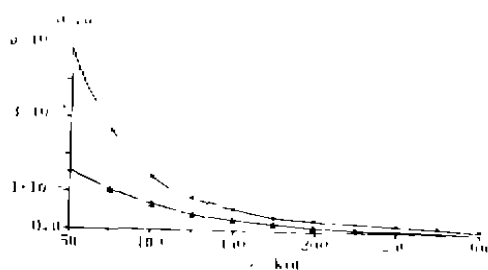
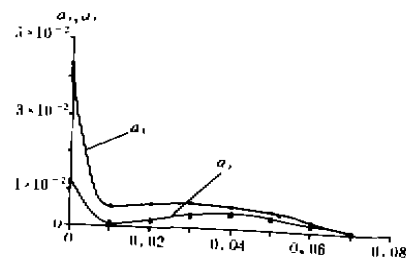


图10 位于陡坡地形上的上层位涡均匀的西边界锋

a_i 、 a_r 值比平底时要小, 即地形的作用有助于锋面的稳定。在实际地形 ($\alpha \sim 0.03$) 下, a_i 只有平底时的 $1/7$ 。我们也探讨了 a_i 与 r_2 的关系, 发现 a_i 随 r_2 的增加而迅速减小。扰动的 e 倍增长时间约为 $O(100d)$, 可以认为扰动是基本稳定的。由计算得到的能量转换关系 ($W_1 < 0$, $W_2 > 0$) 表明, 扰动是正压不稳定, 斜压稳定的; 并且由于 $W < 1$, 系统总的来说仍是不稳定的。看来, 这与背景流速的强水平剪切有关。

图11 位涡均匀西边界锋的 a_i 、 a_r 与 λ 的关系 ($\alpha = 0.03$)图12 位涡均匀西边界锋的 a_i 、 a_r 与 a 的关系 ($\lambda = 150\text{km}$)

(三) 具有双曲正切结构的西边界锋

在上面的讨论中, 区域Ⅲ上层流速在锋与海面的相交处是间断的。为了研究流速间断对锋面稳定性的作用, 我们也考虑过陆架侧流速用一次、二次函数来代替间断的情形, 发现此时锋面只在平底情形下不稳定, 而在倾斜地形下是稳定的。这说明流速的强水平剪切是产生不稳定的机制之一, 并证实了上面正压不稳定结果。如前所述, 实测的西边界流场不同于上层位涡均匀情形, 它具有如图7那样的单峰结构。Zheng与Yuan^[4]用均匀流体的准地转方程研究了具有图7那样背景流场锋面上的锋波现象, 用三次曲线拟合陆架侧的流场, 并指出锋波是稳定的, 锋波的相速是波长的二次函数; 但他们没有考虑地形的作用。

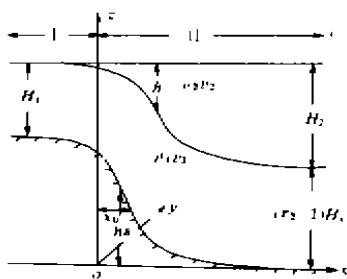


图13 双曲正切结构的西边界锋

我们用具有双曲正切结构锋(图13)来模拟西边界流场的单峰结构。取锋面为双曲正切函数: $h_2(x) = [\text{th}(x - x_1) + \text{th}(x_1)] / [1 + \text{th}(x_1)]$, 其中 x_1 是常数, 其值可由 $x=0$ 时, $\bar{v}_2=0.1$ 来确定, 取 $H_1=100\text{m}$, $H_2=500\text{m}$, $r_2=5$ 。计算得 a_i 、 a_r 与波长的关系如图14, 可见 a_i 、 a_r 几乎不随波长而变。扰动的相速($\sim 0.5\text{m/s}$)与 Legeckis、Lee 等得到的锋波相速值($\sim 0.5\text{m/s}$)相一致^[13,14]。

图15是 a_i 、 a_r 与 α 的关系图, 可见地形坡度对 a_i 、 a_r 的影响不大。我们还探讨了 a_i 与 r_2 的关系, 发现 a_i 随 r_2 的增大而减小。计算得到的能量转换关系表明, 扰动是斜压不稳定($W_1 > 0$), 正压稳定($W_2 < 0$), 并且 $W > 1$, 所以总体来说扰动是不稳定的, 这与 $a_i > 0$ 相一致。

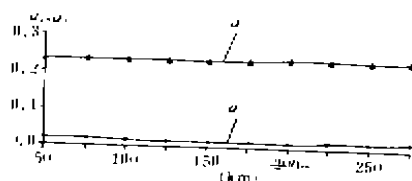


图14 双曲正切结构锋 a_i 、 a_r 与 λ 的关系 ($\alpha=0.03$)

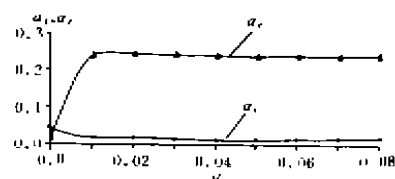


图15 双曲正切结构锋 a_i 、 a_r 与 α 的关系 ($\lambda=150\text{km}$)

比较上面两种西边界锋的稳定性, 发现扰动生长率、相速及不稳定机制与锋面的结构尤其是陆架侧的流场有关。这并不奇怪, 因为对于不同结构的锋来说, 其不稳定机制是不同的: 上层位涡均匀分布的西边界锋是正压不稳定, 而具有双曲正切结构锋则是斜压不稳定, 正压稳定的。但不论是上层位涡均匀锋还是双曲正切结构锋, 它们的扰动生长率都很小, 且下层厚度的增加使得扰动生长率减小。

(四) 圆顶结构西边界锋

当西边界锋由于不稳定产生的锋波发展到一定程度时, 便会产生卷曲现象, 从而出现圆顶结构锋^[14]。考虑图1所示圆顶结构锋, 取区域II中锋面为抛物型, 区域III中锋面为双曲正切结构, $H_1=100\text{m}$, $H_2=500\text{m}$, $r_2=5$, $H_0=200\text{m}$ 。计算得 a_i 、 a_r 与波长的关系如图16所示, 扰动生长率几乎不随波长而变。 a_r 为负值, 表示扰动传播方向与区域III中的流向相反。图17表示 a_i 、 a_r 与 α 的关系, 可见 α 对 a_i 影响不大, $|a_r|$ 随 α 增大先减小, 当 $\alpha > 0.05$ 时几乎不变。我们还探讨了圆顶结构锋未露顶的情形, 取锋顶距海面为 50m , 区域II、III上层的密度相同, 其他参数不变。计算所得的结果如图16、17中的虚线, 可见 a_i 、 a_r 与波长及 α 间的关系同圆顶正好与海面相交的情形一致, 只是 a_i 值略小, $|a_r|$ 值略大而已。由计算得到的能量转换关系表明, 扰动是斜压不稳定 ($W_1 > 0$); 而 W_2 既有正值, 也有负值, 即扰动有时是正压不稳定, 有时是斜压不稳定。但 $W > 1$ 说明, 扰动总体上来说是不稳定的, 扰动的 e 倍增长时间为 $O(5\text{d})$, 这说明台湾东北圆顶结构锋若是经常存在的话,

需要其他机制来维持其存在。

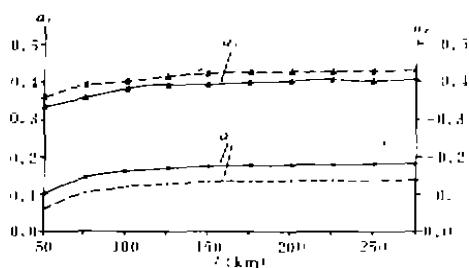


图16 圆顶结构锋 a_t 、 a_r 与 λ 的关系 ($\alpha = 0.03$)

实线为圆顶与海面相交的情形、虚线为圆顶未露顶情形

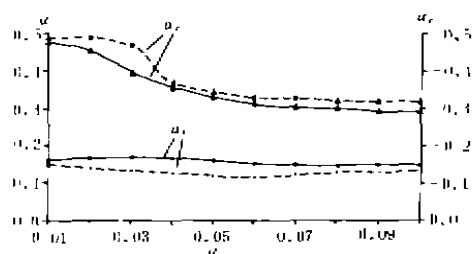


图17 圆顶结构锋 a_t 、 a_r 与 α 关系 ($\lambda = 150\text{km}$)

图例与图16同

三、几点结论

1. 半地转方程比原始方程易处理, 在研究锋面问题时比准地转方程更接近实际。只要 $R_0 \leq 0.4$, 半地转方程所得的结果是可信的, 由于其求解容易, 以致能详细讨论各种背景及地形作用。

2. 锋面的稳定性与锋面结构有关。对本文讨论的各种锋面来说, 下层厚度的增加使得扰动增长率减小, 这可能是下层厚度的增加使斜压不稳定机制减弱的结果。

3. Flagg与Beardsley关于坡折锋扰动增长率随地形变陡而减小的说法并不确切, 其实, 在下层厚度保持不变的情形下, 地形变陡会使扰动增长率有所增加而不是减小。结果还表明扰动传播方向与上层流向相同, 扰动是斜压不稳定。

4. 上层位涡均匀的西边界锋, 其实际地形下的扰动增长率只有平底的 $1/7$, 扰动是正压不稳定的。对双曲正切结构锋, 得到了与实际相一致的相速 ($\sim 0.5\text{m/s}$), 扰动是斜压不稳定的。圆顶结构边界锋的不稳定性是以斜压不稳定为主导。

参 考 文 献

- [1] Flagg, C. N. and R. C. Beardsley, On the stability of shelf water slope water front south of New England, *J. G. R.*, **83** (1978), 4623—4631.
- [2] Orlanski, I., Instability of frontal waves, *J. Atmos. Sci.*, **25** (1968), 178—200.
- [3] Killworth, P. D. *et al.*, Wave propagation and growth on a surface front in a two-layer geostrophic current, *J. Marine Res.*, **42** (1984), 761—735.
- [4] Zheng Qunan and Yuan Yili, Intermediate-scale wave motion in shallow water shear current, *J. G. R.*, **91** (1985), 3959—3965.
- [5] Luther, M. E. and J. M. Bane, Jr., Mixed instabilities in the Gulf Stream over the continental slope, *J. P. O.*, **15** (1985), 3—23.
- [6] Hoskins, B. J., The geostrophic momentum approximation and semi-geostrophic equations, *J. Atmos. Sci.*, **32** (1975), 233—242.

-
- [7] Duffy, D. G., The application of semigeostrophic equations to the frontal instability problem, *J. Atmos. Sci.*, **33** (1976), 2322—2337.
- [8] Stommel, H. *The Gulf Stream*, University of California Press, 1966, 248.
- [9] Su Jilan and pan Yuqiu, On the shelf circulation north of Taiwan, *Acta Oceanologica Sinica*, **6** (1987) Supp. I: 1—20.
- [10] Eliassen, A., The Quasi-static equations of motion, *Geofys. Publ.*, **17** (1948).
- [11] Wilkinson, J. H. and C. Reinsch, *Handbook of Automatic Computation*, Vol. 2, *Linear Algebra*, Springer-Verlag, 1971, 439pp.
- [12] Worthington, L. V., *On the North Atlantic Circulation*, Johns Hopkins University press, Baltimore, 1976, 104.
- [13] Legeckis, R. V., Satellite observations of the influence bottom topography on the seaward deflection of the Stream off Charleston, South Carolina, *J. P. O.*, **9** (1979), 497.
- [14] Lee, T. *et al.*, Observations of a Gulf Stream Frontal on the Georgia continental shelf, April 1977, *Deep-Sea Res.*, **28** (1981), 347—378.
-