

三维极限波的产生方法及特性

柳淑学¹, 洪起庸²

(1. 大连理工大学 海岸和近海工程国家重点实验室, 辽宁 大连 116024; 2. 韩国船舶和海洋工程研究院, 韩国大田 305-343)

摘要: 极限破碎波浪是造成海洋结构物破坏的主要因素之一, 对极限波浪的产生方法和特性进行研究具有重要的工程意义. 利用长波传播快、短波传播慢的原理, 从理论上给出了产生三维极限波的方法, 利用基于 Boussinesq 方程的数值模拟对该方法进行了验证, 同时研究了中心频率、频率宽度和频谱形式等对极限波浪特性的影响, 为该方法的进一步应用提出了建议.

关键词: 极限波; 多向波; 方向分布

中图分类号: P731.2

文献标识码: A

文章编号: 0253-4193(2004)06-0133-10

1 引言

实际海浪中最常见的现象之一是波浪的破碎, 它代表了波浪的一种极限情况, 对海洋工程建筑物产生极限波浪力, 是造成海洋工程建筑物破坏的主要因素之一, 因此关于极限波浪及其特性的研究是有波浪与建筑物相互作用研究的重要课题之一, 但是由于破碎波浪的复杂性, 以前的研究主要集中在二维破碎波浪, 然而实际的海浪是多向的不规则波浪, 波浪传播过程中不仅不同频率的波浪能量调制可以产生极限波, 而且不同方向分布的波浪在一定条件下聚焦亦可产生三维的极限波或聚焦波, 波浪能量的方向分布对所产生的极限波的大小和其他波浪水面参数具有很大的影响, 在工程实践中, 对波浪方向分布特性和波浪水动力特性及其与建筑物的相互作用的影响应予以考虑. 因此, 建立可实用的产生三维极限波的方法, 并且对三维极限波的波浪特性进行研究具有非常现实的意义. 近年来国外逐渐开始有关三维极限波浪的研究, She 等^[1,2]利用单一频率不同方向波浪聚焦和多频率不同方向波浪聚焦形成的极限波, 研究了波浪方向分布函数对极限波浪的影响, 结果显示波浪的方向分布对临界破碎波浪的波高、峰值、波前陡度和波面的不对称性具有明显的影响, 方向分布越宽, 破碎波高越高. 研究了方向分布对极限波浪水动力特性的影响. Johannessen^[3]采用数模和物模的方法研究了三维线性波

收稿日期: 2002-05-17; 修订日期: 2003-11-12.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50379002); 韩国科技部国际合作项目.

作者简介: 柳淑学(1965—), 男, 河北省唐县人, 研究员, 博士, 从事海岸工程研究. E-mail: liusx@dlut.edu.cn

峰和极限波的波浪特性, 研究表明引入波浪的方向分布特性可减小波浪之间的非线性相互作用. 虽然研究成果显示波浪方向分布对极限波的产生和发展具有很大的影响, 但对于波浪频谱形式和方向分布对极限波的特性及波浪的破碎条件等的影响仍缺少足够的研究, 而这一点正是实际工程中所关心的问题. 我国近年来虽然有多家实验室相继建造了多向不规则波造波机, 但仍未见到这方面的研究. 因此, 开展这一研究, 建立极限波产生的理论和方法, 为物理模拟三维极限波提供理论基础具有重要的实用价值.

2 极限波产生的方法

根据线性叠加原理, 在任意点处波浪的波面可以表示为不同频率和方向的规则波叠加的结果, 即

$$\eta(x, y, t) = \sum_{i=1}^{N_f} \sum_{j=1}^{N_\theta} a_{ij} \cos(k_i x \cos\theta_j + k_i y \sin\theta_j - 2\pi f_i t - \phi_{ij}), \quad (1)$$

式中, a_{ij} 为频率为 f_i , 方向为 θ_j 组成波的振幅; k_i 为波数; ϕ_{ij} 为组成波的初相位; N_f 和 N_θ 分别为频率和方向数. 组成波的频率和波数满足色散关系式:

$$\omega_i^2 = (2\pi f_i)^2 = k_i g \tanh k_i h. \quad (2)$$

假定当 $t = t_b$ 时各组成波在 (x_b, y_b) 处聚焦, 即各组成波的能量在该处叠加, 要求

$$\cos(k_i x_b \cos\theta_j + k_i y_b \sin\theta_j - 2\pi f_i t_b - \phi_{ij}) = 1, \quad (3)$$

则各组成波的初始相位应满足下式:

$$\phi_{ij} = k_i x_b \cos\theta_j + k_i y_b \sin\theta_j - 2\pi f_i t_b + 2m\pi, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (4)$$

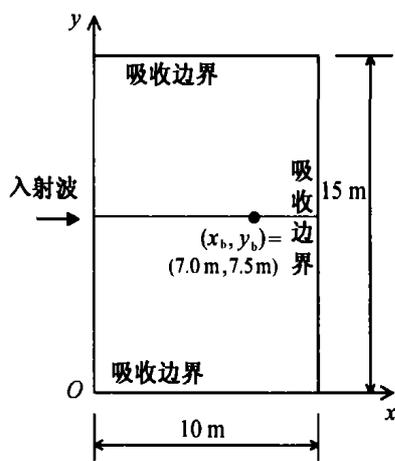


图1 数值计算区域(水深 $h = 0.4$ m)

将式(4)代入式(1), 并取 $t' = t - t_b$, $m = 0$, 这时可把波面 $\eta(x, y, t)$ 写成

$$\eta(x, y, t) = \sum_{i=1}^{N_f} \sum_{j=1}^{N_\theta} a_{ij} \cos[k_i(x - x_b) \cos\theta_j + k_i(y - y_b) \sin\theta_j - 2\pi f_i t'], \quad (5)$$

即聚焦波浪的大小取决于所要求波浪聚焦的位置和时间以及相应的组成波的频率和方向分布等. 参考图 1, 取 $x = 0$, 可以得到计算区域左侧边界入射波浪为

$$\eta(0, y, t) = \sum_{i=1}^{N_f} \sum_{j=1}^{N_\theta} a_{ij} \cos[k_i y \sin\theta_j - k_i(x_b \cos\theta_j + k_i y_b \sin\theta_j) - 2\pi f_i t']. \quad (6)$$

3 影响聚焦波浪(极限波)的参数

由式(5)和(6)可以看出, 影响波面 $\eta(x, y, t)$ 的波浪参数应包括 N_f , N_θ , a_{ij} , f_i , k_i , (x_b, y_b) , t_b , h , $[-\alpha, \alpha]$, 其中 $[-\alpha, \alpha]$ 被定义为波浪的方向分布范围, 由于频率 f_i 和波数 k_i 满足色散关系式(2), 故水深 h 成为独立的参数.

组成波的振幅 a_{ij} 取决于波浪的频谱分布形式, 假定 A 为定义在 (x_b, y_b) 处聚焦波浪的振幅, 即

$$A = \sum_{i=1}^{N_f} \sum_{j=1}^{N_\theta} a_{ij}, \quad (7)$$

并且各组成波的能量均匀分布于方向分布范围 $[-\alpha, \alpha]$ 内. 本文考虑两种频谱形式: 一是所谓的等幅分布, 即各组成波的振幅相同, a_{ij} 为常数, 可得

$$a_{ij} = \frac{A}{N_f N_\theta}; \quad (8)$$

另一种称为等波陡分布, $k_i a_{ij}$ 为常数, 即各组成波的波陡相同, 利用式(7)可得各组成波的振幅为

$$a_{ij} = \frac{A}{N_f \sum_{i=1}^{N_\theta} 1/k_i}. \quad (9)$$

另外假定离散频率 f_i 均匀分布于频率区间 $[f_1, f_n]$ 内, 我们可定义频率区间的宽度和中心频率分别为

$$\left. \begin{aligned} \Delta f &= f_n - f_1 \\ f_c &= \frac{1}{2}(f_n + f_1) \end{aligned} \right\}, \quad (10)$$

因此波面特性可以表示为以下参数的函数:

$$\eta = f | N_f, N_\theta, A, f_c, \Delta f, (x_b, y_b), t_b, \alpha, h |. \quad (11)$$

如果 N_f 和 N_θ 足够大, 则 N_f 和 N_θ 对波面特性的影响可以忽略不计. 当 $N_f = 1$ 时我们称之为单频率情况. 极限波浪是相同频率、不同方向的组成波叠加的结果. 与之对应, 对较大的 N_f 情况称为多频率情况. 基于以上分析, 对波面特性可以简化为下列参数的函数:

$$\eta = f | A, f_c, \Delta f, (x_b, y_b), t_b, \alpha, h |. \quad (12)$$

因此, 对于一定水深条件在指定位置 (x_b, y_b) 和波浪聚焦时间 (t_b) , 变化频率区间的中心频率 (f_c) 、频率宽度 Δf 和组成波方向分布范围 $[-\alpha, \alpha]$, 可以得到不同特性的聚焦波浪. 事实上, 由式(6)计算的波浪波面包络线以 T' 为周期, 即

$$T' = \frac{1}{\delta f}, \quad (13)$$

式中, $\delta f (= \Delta f / N_f)$ 为频率分辨率, Δf 为频率宽度. 当 Δf 一定时 N_f 越大, T' 也越大. 因此, 对于一定的极限波产生的位置 (x_b, y_b) , 三维极限波的波面特性主要取决于中心频率、频率宽度和方向分布范围.

4 聚焦波的数值模拟结果

为了验证上述方法的有效性以及波浪输入参数对聚焦波浪特性的影响, 应用理论计算和数值模拟方法对聚焦波进行了模拟研究.

4.1 数值计算模型及计算区域

数值计算以 Beji 和 Nadaoka^[4]改进的 Boussinesq 方程为控制方程, 即

$$\eta_t + \nabla \cdot [(h + \eta)u] = 0, \quad (14)$$

$$u_t + (u \cdot \nabla)u + g \nabla \eta = (1 + \beta) \frac{h}{2} \nabla [\nabla \cdot (hu_t)] + \beta \frac{gh}{2} \nabla [\nabla \cdot (h \nabla \eta)] -$$

$$(1 + \beta) \frac{h^2}{6} \nabla [\nabla \cdot (\mathbf{u}_t)] - \beta \frac{gh^2}{6} \nabla [\nabla^2 \eta], \quad (15)$$

式中, $\mathbf{u} (= u, v)$ 为二维的沿水深的平均速度向量; η 为水面高程; $h = h(x, y)$, 为水深; g 为重力加速度; 下标 t 表示对时间的导数; β 为常数. 线性化方程(14)和(15)的色散关系为

$$\omega^2 = ghk^2 \frac{1 + \beta(kh)^2/3}{1 + (1 + \beta)(kh)^2/3}. \quad (16)$$

把式(16)与线性理论的色散方程(2)比较, 可取 β 为 $1/5$.

采用有限元方法求解该方程, 其中对节点处变量的一阶空间导数采用节点周围单元内变量的一阶空间导数的加权平均值, 这样使模型能利用线性的四边形单元; 对时间积分利用 Adams-Bashforth-Moulton 预报校正方法; 应用添加海绵层的方法来处理计算区域边界波浪的吸收问题, 从而建立了可用于多向波传播的数值计算模型. 计算算例表明时间间隔 Δt 和单元典型尺寸大小 Δx 应满足

$$c_w \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1, \quad (17a)$$

$$\frac{L}{\Delta x} \geq 8, \quad (17b)$$

式中, c_w 为波速; L 为本地波浪的波长. 关于模型的详细情况可参见文献[5, 6], 该数值模型适合多向波的传播计算^[7].

图 1 为本文所采用的数值计算区域, 区域范围为 $10 \text{ m} \times 15 \text{ m}$, 其中左侧边界为波浪入射边界, 两侧边界及右侧边界为波浪吸收边界, 波浪聚焦位置 $(x_b, y_b) = (7.0, 7.5 \text{ m})$, 多频率时 $N_f = 29$, $N_\theta = 200$, $t_b = 25 \text{ s}$; 单频率时 $N_f = 1$, $N_\theta = 200$, $t_b = 20 \text{ s}$. 利用式(6)可以计算聚焦波浪在入射边界处的波面过程, 同时利用线性波浪理论和叠加原理可以确定入射边界处水深平均速度的时间过程, 从而可以应用上述数值计算模型求解聚焦波浪的传播过程.

4.2 单频率和多频率方向波浪聚焦产生的极限波

图 2 分别为应用式(5)和上述数值计算模型模拟的结果, 波浪参数为 $f_c = 1.0 \text{ Hz}$, 方向分布范围为 $[-50^\circ, 50^\circ]$, 对波谱应用式(8)所描述的等幅分布形式, 聚焦波浪的幅值 $A = 0.075 \text{ m}$. 对于多频率情况, $\Delta f = 0.5 \text{ Hz}$. 比较这些图可以看出, 通过数值模拟计算的结果与线性理论计算的结果非常接近, 这说明利用 Boussinesq 方程所建立的数值计算模型可以模拟多向波浪的聚焦波浪, 同时可以看出, 单一频率的多向波浪可以在预期的位置产生连续的聚焦波浪, 而多频率波浪在期望的位置可以产生独立的聚焦波浪.

4.3 方向分布宽度对聚焦波浪的影响

为了了解方向分布宽度对聚焦波浪的影响, 图 3 给出了 α 等 30° 时理论计算和数值模拟的聚焦波浪情况, 与图 2 比较可以看出, 当方向分布范围较宽时, 产生的聚焦波浪越陡. 为了进一步说明不同方向分布范围聚焦波浪的波面特性, 图 4 给出了对应上述聚焦波浪的波面在 x 等于 7.0 m 处沿 y 方向的分布, 可以看出, α 等于 50° 时的聚焦波浪的陡度大于 α 等于 30° 时聚焦波浪的陡度, 但对于数值模拟计算结果, 当 α 等于 30° 的聚焦波浪高度大于 α 等于 50° 的聚焦波浪高度, 其原因是应用数值模拟波浪过程中, 最大方向分量波浪向两侧绕射会产生一定的能量损失, 方向分布范围角度越大, 模拟波浪的绕射对聚焦波浪的影响越大.

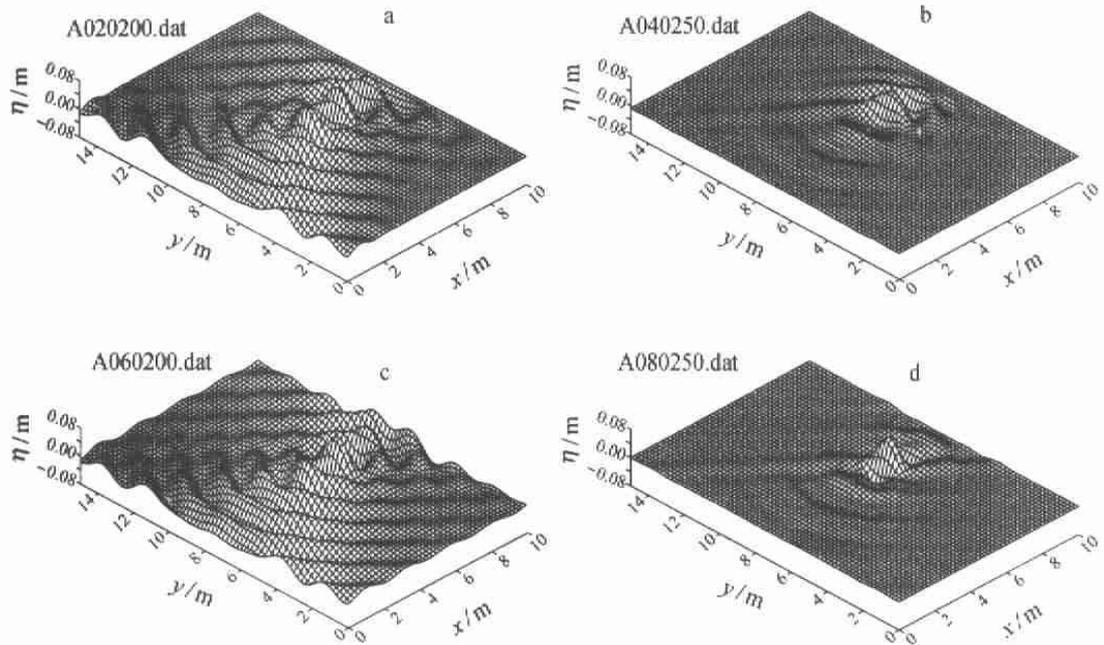


图2 α 等于 50° 时单频率 ($f_c = 1.0$ Hz) 和多频率聚焦波浪 ($\Delta f = 0.5$ Hz)

a. 数值模拟单一频率聚焦波浪 ($t_b = 20$ s), b. 数值模拟多频率聚焦波浪 ($t_b = 25$ s)

c. 理论计算单一频率聚焦波浪 ($t_b = 20$ s), d. 理论计算多频率聚焦波浪 ($t_b = 25$ s)

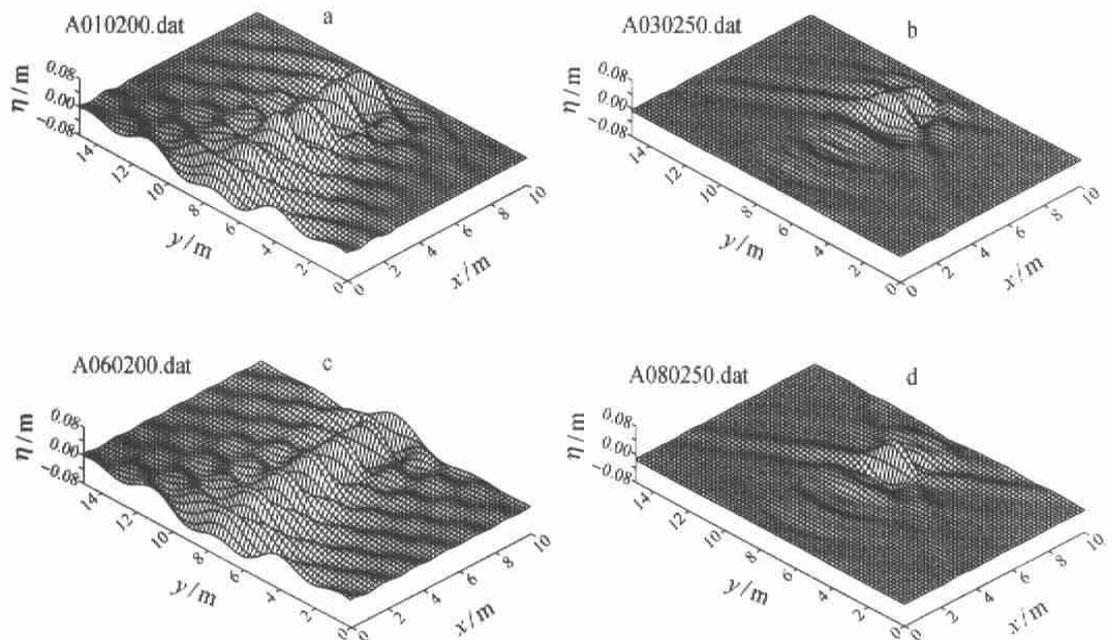


图3 α 等于 30° 时单频率 ($f_c = 1.0$ Hz) 和多频率聚焦波浪 ($\Delta f = 0.5$ Hz)

a. 数值模拟单一频率聚焦波浪 ($t_b = 20$ s), b. 数值模拟多频率聚焦波浪 ($t_b = 25$ s)

c. 理论计算单一频率聚焦波浪 ($t_b = 20$ s), d. 理论计算多频率聚焦波浪 ($t_b = 25$ s)

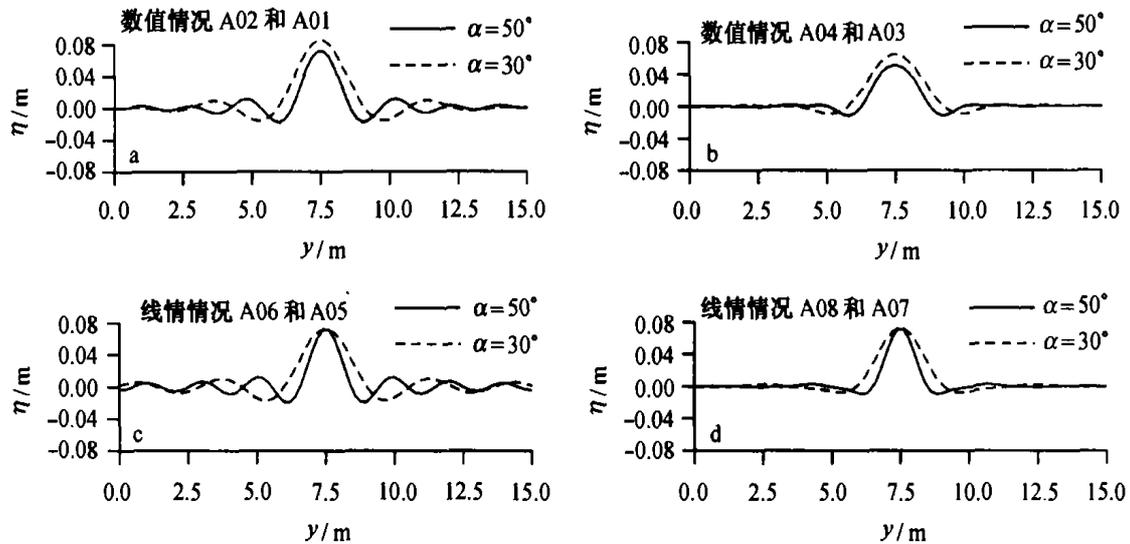


图4 单频率($f_c = 1.0$ Hz)和多频率($\Delta f = 0.5$ Hz)聚焦波浪的波面沿 y 方向的分布

a. 数值模拟单频率聚焦波浪, b. 数值模拟多频率聚焦波浪, c. 理论计算单频率聚焦波浪,
d. 理论计算多频率聚焦波浪

4.4 频率宽度和中心频率对聚焦波浪的影响

如前述分析,频率宽度是影响聚焦波浪的主要参数之一,为了了解不同频率宽度聚焦波浪的波面特性,图5给出了不同频率宽度波浪沿水池中线在不同位置处的波面时间过程线,图中对波浪的频谱采用等幅分布,方向分布范围为 $[-50^\circ, 50^\circ]$,可以看出,由于要求的聚焦波浪能量一定,在聚焦点之前波面较小,随着波浪的传播不同频率的波浪能量在指定点(7.0 m, 7.5 m)处聚焦达到最大,同时频率宽度越大,聚焦波浪群越小,因此如果要期望得到较集中的聚焦波面,应采用较大的频率宽度.

图6为在相同频率宽度情况下对不同中心频率时的模拟计算结果,很明显,中心频率越小,聚焦波浪群越小,因此在频率宽度一定的情况下,如果要期望得到较集中的聚焦波面,应采用较小的中心频率.需要说明,随着 f_c 的增大,数模结果与线性叠加计算结果的差异增大,其原因如前所述,在数值计算中最大方向范围两侧的波浪绕射产生一定的能量损失,这种绕射的影响随 f_c 的增大而增大,但对线性叠加计算未考虑这种能量损失,同时由于波浪传播过程中的非线性变化,亦会使数模结果与线性结果产生一定的差异.

4.5 等波陡分布聚焦波浪

上面给出的聚焦波浪的频谱分布均为等幅分布,为了了解频谱分布对聚焦波浪的影响,图7给出了等波陡分布、 α 等于 50° 时数值模拟所得的三维聚焦波浪,与图2b相比可以看出,两种频谱分布时的波浪形成的三维波面形状类似.为了进一步分析频谱分布对聚焦波浪的影响,图8给出了计算区域中线上不同位置处两种频谱分布时的波面情况,可以看出,不同频谱分布时的聚焦波浪的波面形状差别不大,但值得注意,不同频谱的波浪能量分布不同(参看下文),波浪在传播过程中由于不同频率波浪之间的调制而产生极限波浪的破碎形态会有所不同,这一点今后将做进一步的研究.

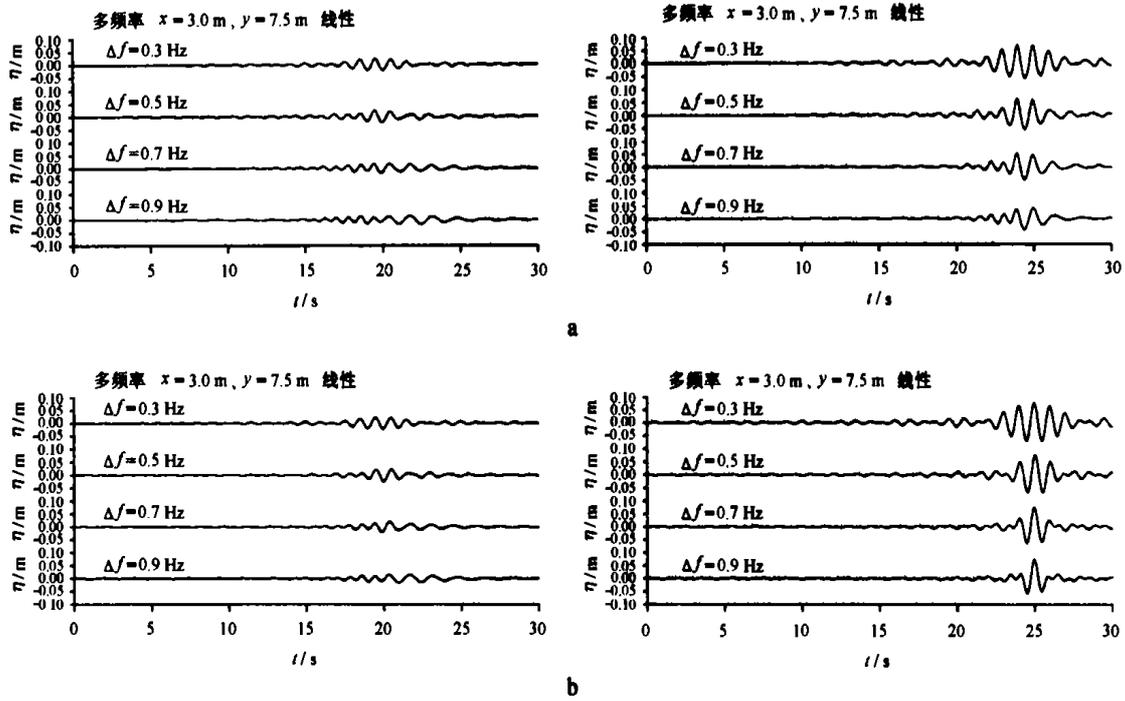


图5 不同频率宽度聚焦波浪在不同位置处的时间过程线($f_c = 1.0$ Hz, $\alpha = 50^\circ$)

a. 数值模型计算不同位置处的波面过程, b. 理论计算不同位置处的波面过程

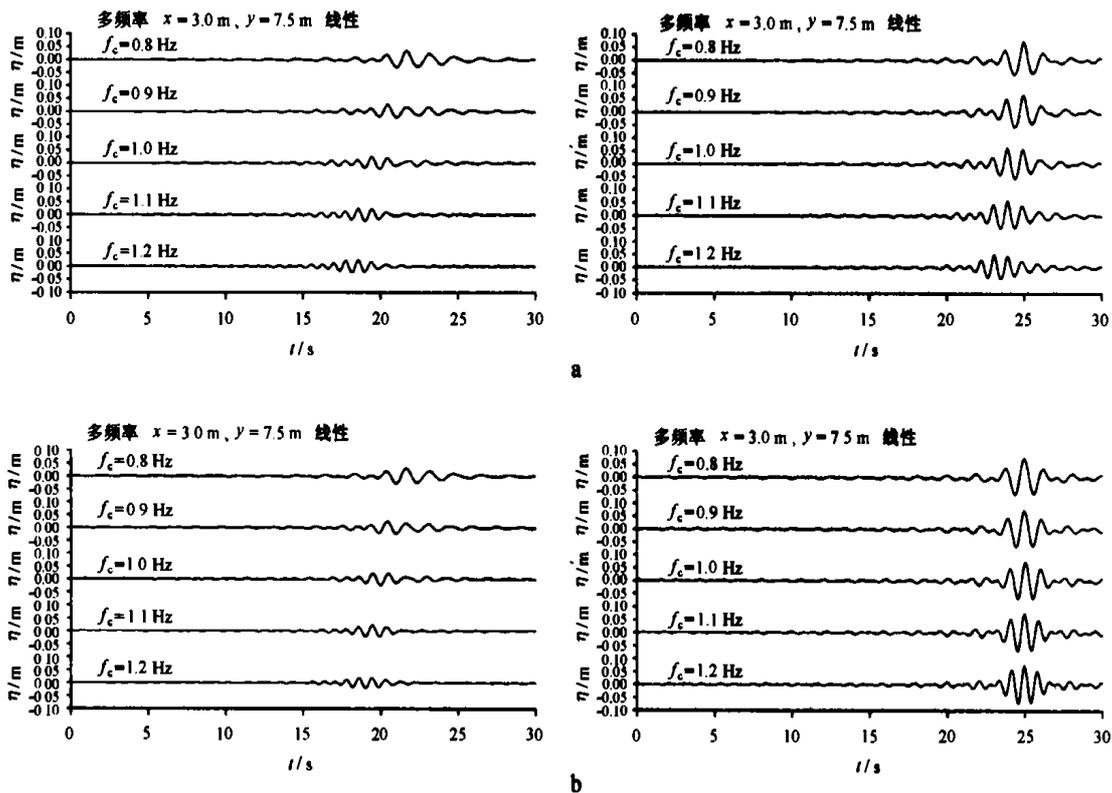


图6 不同中心频率聚集波浪在不同位置处的时间过程线($\Delta f = 0.5$ Hz, $\alpha = 50^\circ$)

a. 数值模型计算不同位置处的波面过程, b. 理论计算不同位置处的波面过程

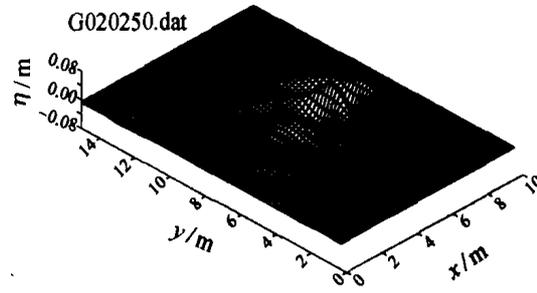


图 7 等波陡分布时的聚焦波浪 ($\alpha = 50^\circ, \Delta f = 0.5 \text{ Hz}$)

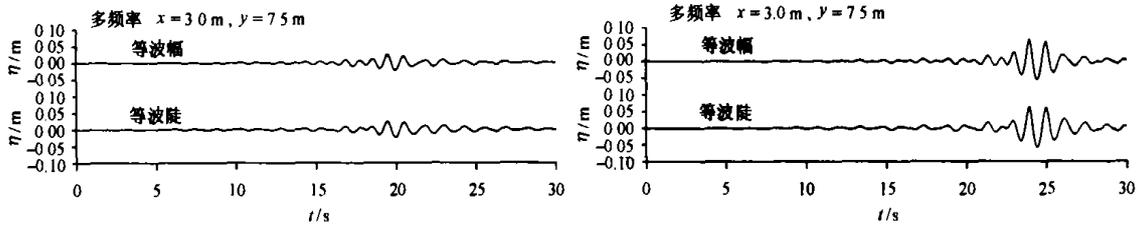


图 8 等幅分布和等波陡分布时的波面过程线的比较 ($\alpha = 50^\circ, \Delta f = 0.5 \text{ Hz}$)

4.6 波浪的频谱变化过程

为了了解波浪聚焦过程中的能量传播情况,对沿水池中线不同点处波浪的频谱进行了分析.图 9 为两种频谱分布波浪在传播过程中典型的频谱变化过程,可以看出距离给定聚焦点越远,由于不同频率的波浪能量等幅分布于不同方向上,故中线处的波浪能量会变得越小,但对于输入等幅分布的频谱,在聚焦点之前高频波浪能量一般仍小于低频波浪能量,然而在聚焦点处频谱基本为均匀分布.对于等波陡情况,由于波浪的各组成波的波陡相同,因此低频部分波浪的能量较高频部分大.

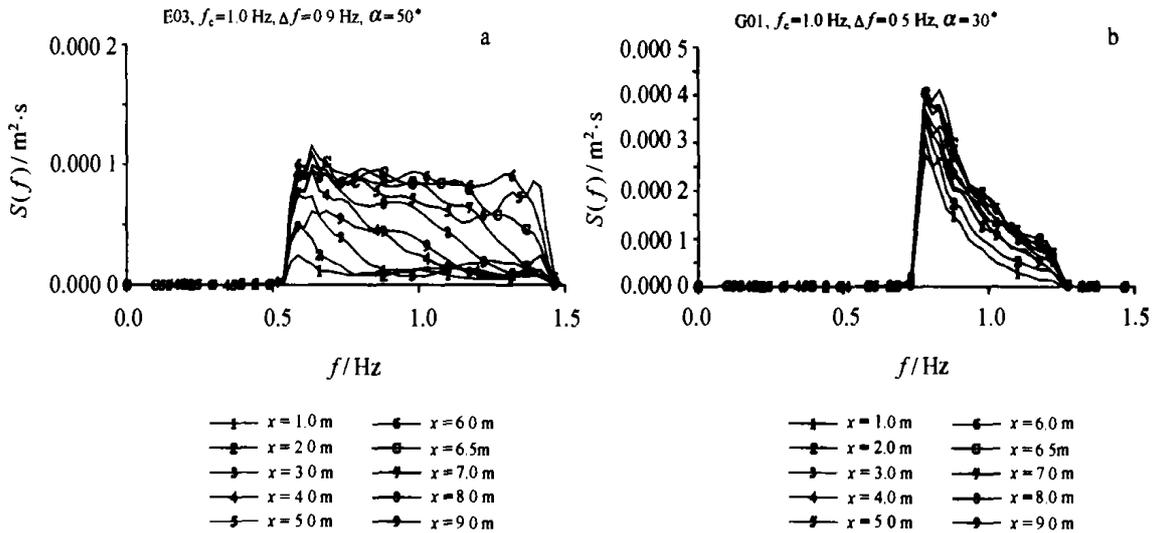


图 9 典型频谱变化过程 ($f_c = 1.0 \text{ Hz}, \alpha = 50^\circ$)

a. 等幅分布 ($\Delta f = 0.9 \text{ Hz}$), b. 等波陡分布 ($\Delta f = 0.5 \text{ Hz}$)

为了进一步说明波浪传播过程中的波浪能量变化情况,对所分析的频谱积分即可得到该点处波浪的能量.图10给出了两种方向分布宽度为 α 等于 30° 和 50° ,两种频谱分布时数值模拟波浪沿中线的能量分布情况,与上述结果类似, α 等于 30° 时聚焦点处之前的波浪能量大于 α 等于 50° 时聚焦点之前的波浪能量,波浪能量在聚焦点处达到最大.

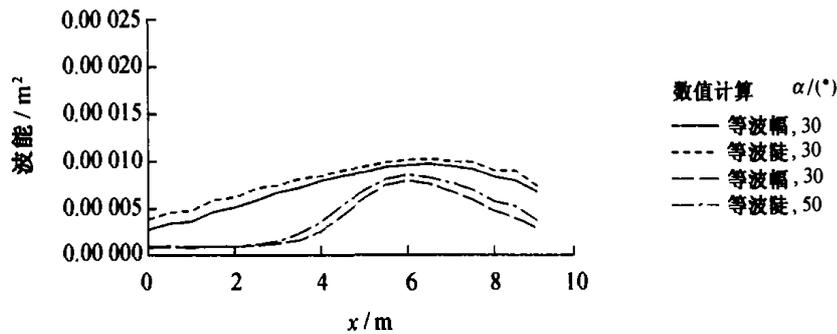


图10 波浪能量沿中线的分布($\Delta f=0.5$ Hz)

5 结束语

本文给出了产生多向波聚焦波浪的方法,并应用理论计算和数值计算模型模拟的方法进行了验证,结果表明利用所提出的方法可以产生所期望的聚焦波浪,利用单一频率、不同方向的组成波浪可以产生连续的聚焦波浪,而采用多频率、不同方向的组成波浪,可以在指定时间并在指定位置产生所期望的独立的极限波.为了产生较集中的聚焦波面,当中心频率一定时可采用较大的频率宽度;当频率宽度一定时可采用较小中心频率.频谱形式为等幅分布和等波陡分布时可产生类似的聚焦波面,但波浪在传播过程中其能量分布不同,实际应用时可根据具体情况选用不同的频谱形式.

应用本文所提出的方法可以建立三维水池内的造波控制程序,从而开展关于三维极限波及其与建筑物相互作用的研究,对此将会做进一步的研究.

参考文献:

- [1] SHE K, GREATED C A, EASSON W J. Experimental study of three dimensional breaking waves[J]. J Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE, 1994, 120(1): 20—36.
- [2] SHE K, GREATED C A, EASSON W J. Experimental study of three dimensional breaking wave kinematics[J]. Applied Ocean Research, 1997, 19: 329—343.
- [3] JOHANNESSEN T B. The effect of directionality on the nonlinear behavior of extreme transient ocean waves[D]. London: University of London, 1997.
- [4] BEJI S, NADAOKA K. A formal derivation and numerical modeling of the improved Boussinesq equations for varying depth [J]. Ocean Engineering, 1996, 23(8): 691—704.
- [5] LI Yok-sheung, LIU Shu-xue, YU Yu-xiu, et al. Numerical modeling of Boussinesq equations by finite element method [J]. Coastal Engineering, 1999, 37: 97—122.
- [6] 柳淑学,俞聿修,赖国璋,等.数值求解 Boussinesq 方程的有限元法[J].水动力学研究与进展(A辑),2000,15(4): 399—410.
- [7] 柳淑学,俞聿修,赖国璋,等.多向不规则波绕射的数值模拟[J].海洋工程,2000,18(3): 39—45.

The generation method of three-dimensional focusing wave and its properties

LIU Shu-xue¹, Hong Key-yong²

(1. *State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;*

2. *Korea Research Institute of Ships and Ocean Engineering, Daejeon 305-343, Korea*)

Abstract: Extreme breaking waves are one of the key factors causing the damage of ocean engineering structures. So it is very meaningful to develop the theory for generating the extreme waves and to investigate the extreme wave characteristics. The method for generating three-dimensional focusing waves is proposed using the principal that waves propagate faster for longer waves and slower for shorter waves. Wave packet transformation is simulated by linear calculation and a numerical model based on the Boussinesq equations and the finite element method to verify the proposed method. The calculated results show that the proposed method can generate expected focusing waves. The effects of the associated wave parameters such as the center frequency, frequency width and the type of frequency spectrum on the focusing waves are also discussed.

Key words: extreme waves; multidirectional waves; directional distribution